

つり橋タワー・ピアー系の地震応答における
基礎地盤係数の影響について

京都大学工学部 正員 工博 山田善一
京都大学大学院 学生員 〇竹宮宏和

§.1 まえがき

長大つり橋のタワー・ピアー系の設計には、動的設計法を採用した方が、従来の震度法を採用するよりも合理的であるという趣旨の論文は既にいくたびか出されているが、構造物の地震応答を構造物自身の振動性状・地盤の振動性状・建設地の地震波の密接な関連性を正視して、これらの現象に忠実に求めようとすることは非常に困難であるので、そのうちの構造物自身の振動性状を主にしたものが多いようである。しかし、基礎地盤の構造物に及ぼす影響は、構造物自身の振動性状にも大きく作用するので、本文においては、特に基礎地盤係数ということに着目して、タワー・ピアー系を一つの連続体と考え、タワー部には梁の理論を、ピアー部には剛体の性質を適用し、地震波は Housner's velocity spectrum の概念を導入して、タワー・ピアー系の振動運動を解析した。解析対象モデルは Fig.1。

§.2 解析方法

基礎地盤の等価系としては、地盤の弾性係数から地盤係数を算出し⁽¹⁾、ピアーの根入れ部に、これらをバネ常数とする水平、鉛直バネを想定する。次に系の自由振動時の運動方程式として(1)ピアーのロッキング運動、⁽²⁾梁の横振動(タワー部について)を連立させて、系の境界条件を満足するような振動特性を求める。

$$J_R \ddot{\theta} = -h Q_{x=l} - M_{x=l} - k_R \theta \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (2)$$

$$\theta = f(\omega) \cdot T(t) \quad (3)$$

$$y = Y(x) \cdot T(t) \quad (4)$$

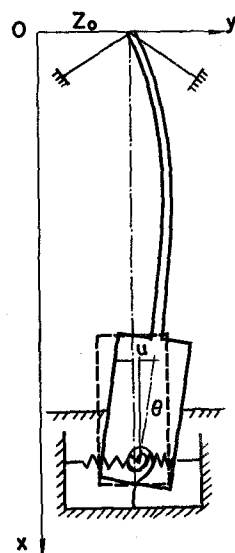
Eq.(1) と Eq.(2) を連立させて振動特性を求める場合 Eq.(3), Eq.(4) の仮定を行なう。しかるのち境界条件として、以後の modal analysis が容易となる近似として $y_{x=0} = 0$, $y'_{x=0} = 0$, $y_{x=l} = h\theta$, $y'_{x=l} = -\theta$ とする。その結果、系の振動数方程式として次式が導かれた。

$$\tan \sqrt{\frac{\omega}{b}} l = \frac{\{-2(\frac{\omega}{b})h + (k_R - J\omega^2)/EI\} \sinh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l - 2h^2(\frac{\omega}{b})^2 \cosh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l}{2\sqrt{\frac{\omega}{b}} \sinh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l + \{(k_R - J\omega^2)/EI + 2(\frac{\omega}{b})h\} \cosh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l} \quad (5)$$

しかるに双曲線関数の性質より、二次モード以上は $\sinh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l = \cosh \sqrt{\frac{\omega}{b}} l$ が十分な近似で成立するので、二次モード以上に対しては Eq.(5) は

$$\tan \sqrt{\frac{\omega}{b}} l = 1 - \frac{2\sqrt{\frac{\omega}{b}}(h\sqrt{\frac{\omega}{b}} + 1)^2 EI}{2\sqrt{\frac{\omega}{b}}(h\sqrt{\frac{\omega}{b}} + 1)EI + k_R - J\omega^2} \quad (6)$$

系の各モードに対する固有振動数が計算されれば、モード解析と Housner's velocity spectrum の考えとから、系の地震時応答を決定することができる。modal analysis における $Y(x)$ の正規直交関数の条件⁽³⁾⁽⁴⁾ としては Eq.(7) と Eq.(8) である。



A Simplified System
Considered

Fig. 1

$$\int_0^l \frac{A I}{\theta} \cdot Y_m(x) \cdot Y_n(x) dx + \int_l^{l+h} C \cdot Y_m(x) \cdot Y_n(x) dx = 0 \quad (7) \quad \int_0^{l+h} \{Y_m(x)\}^2 dx = 1 \quad (8)$$

演算結果

$$Y_m(x) = \begin{cases} C_m \left\{ \frac{\sinh(\Omega l) + h \Omega \cosh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \cdot \sin(\Omega x) + \sinh(\Omega x) \right\} & ; 0 \leq x \leq l \\ C_m \sqrt{\frac{3 J b^3 \Omega}{E I h^3}} \left\{ \frac{\cos(\Omega l) \cdot \sinh(\Omega l) - \sin(\Omega l) \cdot \cosh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \right\} (l + h - x) & ; l \leq x \leq l + h \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで} \quad \frac{1}{C_m^2} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sinh(\Omega l) + h \Omega \cosh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \right\}^2 \left(l - \frac{1}{\Omega} \sin(\Omega l) \cdot \cos(\Omega l) \right) \\ &\quad - \frac{\{ \sinh(\Omega l) + h \Omega \cosh(\Omega l) \} \{ \cosh(\Omega l) - \cos(\Omega l) \cdot \sinh(\Omega l) \}}{\Omega \{ \sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l) \}} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\Omega} \cdot \sinh(\Omega l) \cdot \cosh(\Omega l) - l \right\} + \frac{J b^3 \Omega^2}{E I} \left\{ \frac{\sin(\Omega l) \cosh(\Omega l) - \cos(\Omega l) \sinh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \right\}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{\omega_m}{b}}$$

以上求めた正規直交関数で、地震時応答は Eq.(11) から Eq.(13) を用い算出される。

$$z = z_0 + y \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = - \frac{\partial^2 z_0}{\partial t^2} \quad (12)$$

$$y = \sum_{m=1}^{\infty} h_m \cdot Y_m(x) \cdot T_m(t) \quad (13)$$

変位応答は各モードの最大変位の和をとれば、

$$y_{\max} = \sum_{m=1}^{\infty} h_m \cdot \frac{S_D}{\omega_m} \cdot Y_m(x) \quad (14)$$

$$\text{ここで} \quad h_m = \left(\int_0^{l+h} Y_m(x) dx \right) / \left(\int_0^{l+h} \{Y_m(x)\}^2 dx \right)$$

$$\begin{aligned} &= C_m \left\{ \frac{\sinh(\Omega l) + h \Omega \cosh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \cdot \frac{1}{\Omega} \cdot (\cos(\Omega l) - 1) + \frac{1}{\Omega} \cdot (\cosh(\Omega l) - 1) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{3 J b^3 h \Omega}{4 E I}} \left(\frac{\sinh(\Omega l) \cdot \cos(\Omega l) - \sin(\Omega l) \cdot \cosh(\Omega l)}{\sin(\Omega l) + h \Omega \cos(\Omega l)} \right) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

§.3 数値計算例

$l = 200 \text{ m}$, $A = 3.58 \text{ m}^2$, $I = 35.07 \text{ m}^4$, $E = 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$, $b^2 = 2.568 \times 10^8 \text{ m}^4/\text{sec}^2$
 $\delta_s = 7.85 \text{ t/m}^3$, $h = 100 \text{ m}$, $\xi = 60 \text{ m}$, $\eta = 30, 45, 60 \text{ m}$, $\gamma_c = 2.0 \text{ t/m}^3$
 の諸量で、固有周期、振動モード計算結果は(5)と同様、また地盤係数を変化させて、それに応ずる固有振動数を描いたものが Fig. 2 である。

§.4 結論

(1) 本文に掲載したタワー・ピア系の解析方法によっても、従来行なわれてきている系を discrete system とした解析⁽⁵⁾ とほぼ同様な結果が得られた。しかもそれはより解析的であるといえる。

(2) タワー・ピア系を連続体として解析したことによって、地盤係数を加味した系の振動数方程式が、超越方程式の形で Eq.(5)あるいは Eq.(6) のように得られた。

(3) Eq.(5)あるいは Eq.(6) から地盤の影響を考慮したタワー・ピア系の固有振動数は、ピア下端が固定された状態($k_R \rightarrow \infty$)からピア下端がヒンジ端の状態の中間に存在する。

(4) Fig. 2 からは、地盤係数が $20 \text{ kg/cm}^3 \sim 60 \text{ kg/cm}^3$ の範囲では、系は一次モードに対しては、ほとんどピア下端が完全固定された状態の振動数を有し、二次モードで地盤によって大きく影響される。それもピアサイズが小さいほど顕著である。三次モード以上ではピア下端がほとんどヒンジ端となる。という事実がわかる。しかるに modal analysis によって三次モード以上の影響は高次になるにしたがってごくわずかになると既に判明しているので、⁽⁵⁾ タワー・ピア系の耐震を動的に考えるならば、一次モードもさることながら、二次、三次モードにも十分な考慮が払われなければならない。

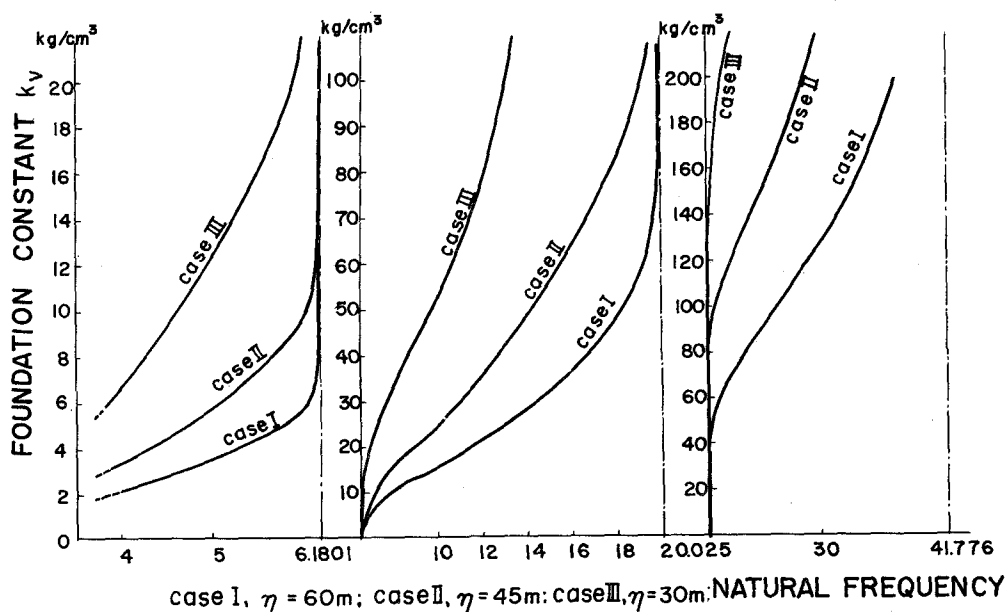


Fig. 2

NOTATIONS ; A =タワーの断面積, EI =タワーの剛性, γ =鋼の比重, $b^2 = \frac{EI}{\gamma A}$, h =タワー高さ, J_R =ロッキング中心に関するピアの慣性能率, k_h =水平地盤係数, k_v =鉛直地盤係数, k_R =地盤の回転反力, l =ピア高さ, $M_{x=l}$ =タワー基部のモーメント, m =ピアの質量, $Q_{x=l}$ =タワー基部のせん断力, $T(t)$ =時間関数, $Y(x)$ =モード関数, y =タワーのたわみ, θ =ピアの回転角, ω =系の固有周期.
参考文献 ; (1) UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR BUREAU OF RECLAMATION MANUAL, TREATISE ON DAM, Chap.10

(2) 田治見 宏: 建築振動学, 建築構造講座第17巻 pp. 78~84 コロナ社

(3) 三木 忠夫: 常微分方程式とその応用, 応用数学講座 pp. 305~310

(4) S. Timoshenko: 工業振動学 pp. 229

(5) I. Konishi and Y. Yamada, STUDIES ON THE BEHAVIOR OF SUSPENSION BRIDGE TOWER AND PIER SYSTEMS TO EARTHQUAKE GROUND MOTIONS