I～11

梯子梁の曲げ崩壊について（第二報）

大阪市立大学工学部　正員　倉田　宗章
〃　〃　○安岡　富夫

1. 緒　言　梯子梁が単一中央集中荷重載荷を受ける場合の曲げ崩壊については先の学会で筆者等が発表したが今度は同じ梯子梁が(1)スパン中央について対称な二点荷重を有する場合と(2)非対称一点荷重載荷の場合についてスパン長さを一定に保ち桁高と荷重位置を変数にして崩壊荷重を求め前回同様夫々の近似解と比較してみた。崩壊荷重を計算する場合に剪断応力の影響は小さいと考えられるので計算を容易にするためにこれを省略し曲げモーメントと軸方向力の影響だけを考慮に入れた。

2. 上界定理を用いた崩壊荷重の計算

イ. 梯子梁が対称二点荷重載荷を受ける場合。　先づこの場合についての近似解を説明する。近似解は断面の降伏について軸方向力の影響だけを考えた(A)ビーム崩壊と曲げモーメントの影響だけ考えた(B)層崩壊とに分けられその崩壊形式は図1,2に夫々示されている。こゝで材料は理想化した非硬化剛塑性体とし弦材の剛さは柱のそれに比べて小さいと仮定する。すると図1,2の変形からその崩壊荷重は夫々 $2P_{(A)}=\frac{4N_0 h}{(n+1)l}$ ——(1)，$2P_{(B)}=\frac{8M_0}{l}$ ——(2)。で与えられる。こゝで $N_0=A\sigma_y$，$M_0=Z_p\cdot\sigma_y$，A=弦材断面積，Z_p=弦材の塑性断面係数。一方図1,2の崩壊形式を組合せた図3の形式を考えると系の外部エネルギー，内部エネルギーの逸散速度を仮想仕事の原理を用いて算置する事により軸方向力と曲げモーメントを同時に考慮した場合の崩壊荷重は無次元化した応力と歪速度を用いて(3)式で与えられる。

$$2P=\frac{4M_0(m_1\dot{\theta}_1+n_1\dot{\lambda}_1+m_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)+n_2\dot{\lambda}_2)}{nl\dot{\theta}_2+(l-n)\dot{\theta}_1}=\frac{4M_0\left[\dot{\theta}_1\left(m_1+\frac{\dot{\lambda}_1}{\dot{\theta}_1}n_1\right)+(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)\left(m_2+\frac{\dot{\lambda}_2}{\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2}\cdot n_2\right)\right]}{nl\dot{\theta}_2+(l-n)\dot{\theta}_1} \quad \text{——(3)}$$

弦材をT型断面と考えて降伏曲線を求めこの応力座標軸に対応する歪座標軸 λ,θ を重ねたのが図8である。上界定理を用いて崩壊荷重を求めるから(3)式で降伏条件を満たしながら崩壊荷重の最小値を求めると云う問題となるが計算を簡単にするために図8に示されるような外接近似折れ線の相関曲線を用いた。その崩壊形式と応力ベクトルの符号の定義から降伏関節①は $\overline{EF}$ 上にまた②は $\overline{AB}$～$\overline{DE}$ 上に位置せねばならないからこれらの事を考慮し更に桁高と荷重位置を変数にして(1)～(3)式で夫々の崩壊荷重を求め図示比較したのが図9である。図から(1)(2)式で与えられる近似解は(3)式の夫々の場合の崩壊荷重に対する漸近線となっており上界の崩壊荷重についての上限を与えている事は明らかである。

ロ. 梯子梁が非対称一点荷重を受ける場合。　この場合の近似解も先の例と同様に(A)ビーム崩壊と(B)層崩壊とに分けて考える。夫々の変形は図4,5に示される。図示の変形を参照して崩壊荷重は $P_{(A)}=\frac{2N_0 h}{n_a+1}\left(1+\frac{n_a+1}{n_b+1}\right)$ ——(4)，$P_{(B)}=\frac{8M_0}{l}$ ——(5)。次により正確に崩壊荷重を求めるには図6,7の変形について調べるのが妥当と考えられるからこれ等の変形について崩壊荷重を求めよう。

a. 図6の崩壊形式についての計算。　荷重 P による外部エネルギーの逸散は $D_e=P[n_a l\dot{\theta}_{2a}+(l-n_a)(\dot{\theta}_{2a}+\dot{\theta}_{1a})]$　荷重点下の垂直材は鉛直に対して X の角度を持つから内部エネルギーの逸散速度は $D_i=4M_0[m_1\dot{\theta}_{1a}+n_1\dot{\lambda}_1+m_2(\dot{\theta}_{1a}+\dot{\theta}_{2a}-\dot{X})+n_2\dot{\lambda}_2]$。だから崩壊荷重 P は仮想仕事の原理を用いて

$$P=\frac{4M_0\left[\dot{\theta}_{1a}\left(m_1+\frac{\dot{\lambda}_1}{\dot{\theta}_{1a}}n_1\right)+(\dot{\theta}_{1a}+\dot{\theta}_{2a}-\dot{X})\left(m_2+\frac{\dot{\lambda}_2}{\dot{\theta}_{1a}+\dot{\theta}_{2a}-\dot{X}}n_2\right)\right]}{n_a l\dot{\theta}_{2a}+(l-n_a)(\dot{\theta}_{2a}+\dot{\theta}_{1a})} \quad \text{——(6)}$$

一方幾何学的条件から $\frac{\theta_{2a}-X}{\theta_{1a}}=\frac{\eta_1 H+\eta_2 H}{h-\eta_2 H}$ ——(7)，

$X = \frac{\theta_{2a}\left(1-\frac{n_a+1}{n_b+1}\right)}{2}$ ——(8)。こゝで Λ は降伏関節での伸縮 ηH は中立軸と重心軸との距離。式(7),(8)を用いて降伏条件を満たす最小の崩壊荷重を(6)式で繰返し計算して求めた。

b.図7の崩壊形式についての計算。次により一般的な図7の変形を考える。図6は図7の特殊な場合に相当する。図7の変形を参照し仮想仕事の原理を用いてこの場合の崩壊荷重は

節荷 $$P = \frac{2M_0}{l}\cdot\frac{\dot\theta_{1a}\left(m_{1a}+\frac{\dot\lambda_{1a}}{\dot\theta_{1a}}n_{1a}\right)+\left(\dot\theta_{1a}+\dot\theta_{2a}-\dot X\right)\left(m_{2a}+\frac{\dot\lambda_{2a}}{\dot\theta_{1a}+\dot\theta_{2a}-\dot X}n_{2a}\right)+\dot\theta_{1b}\left(m_{1b}+\frac{\dot\lambda_{1b}}{\dot\theta_{1b}}n_{1b}\right)+\left(\dot\theta_{1b}+\dot\theta_{2b}+\dot X\right)\left(m_{2b}+\frac{\dot\lambda_{2b}}{\dot\theta_{1b}+\dot\theta_{2b}+\dot X}n_{2b}\right)}{(n_a+1)\dot\theta_{2a}+\left(1-\frac{A_a}{l}\right)\dot\theta_{1a}} \quad ——(9),$$

又図の変形を参照して幾何学的条件 $\frac{\theta_{2a}-X}{\theta_{1a}} = \frac{\eta_{1a}H+\eta_{2a}H}{h-\eta_{2a}H}$, $\frac{\theta_{2b}+X}{\theta_{1b}} = \frac{\eta_{1b}H+\eta_{2b}H}{h-\eta_{2b}H}$ ——(10), と
$\frac{\theta_{2a}}{\theta_{1a}} = \alpha+\beta\frac{\theta_{1b}}{\theta_{1a}}-\frac{\theta_{2b}}{\theta_{1a}}$ ——(11), $\frac{\theta_{2b}}{\theta_{1a}} = \frac{n_a+1}{n_a+n_b+2}\left[\frac{\theta_{1b}}{\theta_{1a}}\left(\beta-\frac{1}{n_a+1}\right)+\frac{1}{n_a+1}+\alpha\right]$ ——(12) が得られる。式(10)〜(12)を用いて降伏条件を満たしながら前と同様に繰返し計算を行って最小の崩壊荷重を求め図6から得られたものと比較して小さい崩壊荷重を図示したのが図10である。図7の形式について崩壊荷重を計算するのが妥当である事が明かとなった。