

周辺完全自由な矩形床版をもつ無梁版の立体解析

大阪工業大学

正員 岡村宏一

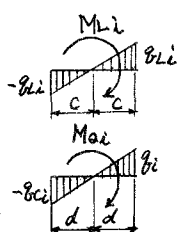
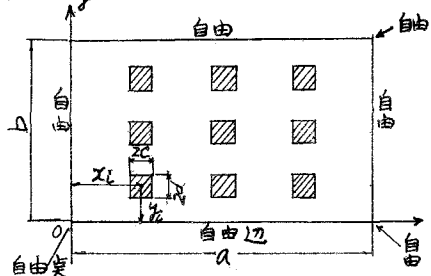
大阪設計コンサルタンツKK

正員 O 吉田公憲

I) まえがき: 周辺が完全自由な矩形床版が柱と剛結した型式の無梁版は有限領域の無梁版構造のうち最も一般的な形態のものであるが荷重あるいは柱頭部等の条件によつて2次元解析では充分の評価を与えることが出来ない。われわれはこの構造に対する立体的解析法を提示し、本文では対称系曲げの場合の計算例を示して報告する。

II) 解法の概要: 矩形床版には柱頭部に分布する支持力ならびに2方向の拘束モーメントを作用させ、偶変を含めた周辺の反力0なる解式を与える。次に周辺に存在するモーメントの卓越部分を打消す変数を加え、更に残留するモーメントを除去するために、境界選定法を利用する解式を重ねる。以上の解式を用いて柱頭に於ける支持条件式ならびに2方向の節変方程式を作成する。非対称変形の場合はこれに3系統の層方程式が累加される。

III) 解式



柱頭部反力は局部的応力集中を無視して次の様に仮定する。

2方向拘束モーメント: M_{xi}
柱巾2c区間に等分布
4方向拘束モーメント: M_{xi}
柱巾2c区間に等分布
柱頭支持力: P_i
柱頭支承面: 等分布

上記の様に求めた床版のたわみは次式のようになる。

$$w = w_0 + \frac{9B}{D\pi^2} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2} \left\{ a_m P_i - \sum_{j=1}^{\infty} b_{mj} P_i + \sum_{j=1}^{\infty} c_{mj} M_{xi} \right\} \left\{ \cos m\pi \xi - \frac{m\pi \xi}{2} (1-\xi) \right\} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left\{ a_n P_i - \sum_{j=1}^{\infty} b_{nj} P_i + \sum_{j=1}^{\infty} c_{nj} M_{xi} \right\} \right. \\ \times \left\{ \cos n\pi \eta - \frac{n\pi \eta}{2} (1-\eta) \right\} \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2} \left\{ d_{mn} P_i - \sum_{j=1}^{\infty} e_{mj} P_i + \sum_{j=1}^{\infty} f_{mj} M_{xi} + \sum_{j=1}^{\infty} g_{mj} M_{xi} \right\} \cos m\pi \xi \cos n\pi \eta \right\} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (y_{Am} + \frac{m\pi \eta}{\lambda}) \cos \frac{m\pi \eta}{\lambda} + (y_{Cm} + y_{Dm} \frac{m\pi \eta}{\lambda}) \right\} A_m \cos m\pi \xi + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (y_{An} + \lambda n \pi \xi) \cos \lambda n \pi \xi + (y_{Cn} + y_{Dn} \lambda n \pi \xi) \sin \lambda n \pi \xi \right\} A'_n \cos n\pi \eta$$

$\lambda = \frac{a}{b}$, $\alpha = \frac{c}{a}$, $\beta = \frac{d}{b}$ P_i : 作用荷重強度, a_m, a_n, d_{mn} 与えられた作用荷重に依存する

各方向の屈曲係数 $b_m = \beta \cos m\pi \xi_i \sin m\pi \alpha$, $b_n = \alpha \cos n\pi \eta_i \sin n\pi \beta$,

$$c_m = \frac{3}{4(\lambda \alpha)^2 B^2} (\cos m\pi \alpha - \frac{1}{\alpha m \pi} \sin m\pi \alpha) \sin m\pi \xi_i, \quad c_n = \frac{3}{4\lambda B^2 \beta^2} (\cos n\pi \beta - \frac{1}{\beta n \pi} \sin n\pi \beta) \sin n\pi \eta_i$$

$$e_{mn} = \cos m\pi \xi_i \sin m\pi \alpha \cos n\pi \eta_i \sin n\pi \beta$$

$$f_{mn} = \frac{3}{4B(\lambda \alpha)^2 B^2} (\cos m\pi \alpha - \frac{1}{\alpha m \pi} \sin m\pi \alpha) \sin n\pi \beta \sin m\pi \xi_i \cos n\pi \eta_i$$

$$g_{mn} = \frac{3}{4\lambda \alpha B^2 \beta^2} (\cos n\pi \beta - \frac{1}{\beta n \pi} \sin n\pi \beta) \sin m\pi \alpha \sin n\pi \eta_i \cos m\pi \xi_i$$

1) 岡村: 異形平板の境界値問題に対する選定法への応用について 大阪工大要報 Vol. 8, No. 2, (1962)

$$\varphi_{Am} = \frac{\cosh \frac{m\pi}{\lambda} + 1}{\sinh \frac{m\pi}{\lambda}} \left(\frac{m\pi}{\lambda \sinh \frac{m\pi}{\lambda}} - 1 \right) \quad \varphi_{Bm} = -\frac{\cosh \frac{m\pi}{\lambda} + 1}{\sinh \frac{m\pi}{\lambda}}, \quad \varphi_{cm} = 1$$

$$\varphi'_{An} = \frac{\cosh n\pi\lambda + 1}{\sinh n\pi\lambda} \left(\frac{n\pi\lambda}{\sinh n\pi\lambda} - 1 \right) \quad \varphi'_{Bn} = -\frac{\cosh n\pi\lambda + 1}{\sinh n\pi\lambda}, \quad \varphi'_{cn} = 1$$

以上のたわみ式を用いて次の様な連立解式を形成させる。

1) 自由辺に残留するモーメントを除去する境界選定 ($x_j, 0$) ($0, y_j$) における角解式

$$\begin{aligned} & -\sum_{m=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{m^2 \pi^2}{a^2} A_m \left\{ (\varphi_{Am} + \frac{m\pi}{\lambda} \eta_j) \cosh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_j + (\varphi_{cm} + \varphi_{Bm} \frac{m\pi}{\lambda} \eta_j) \sinh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_j \right\} + \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} A'_n (2\varphi'_{An} + \varphi'_{Bn}) \cos n\pi \eta_j \\ & - \frac{16B\lambda^2}{D\pi^4} \sum_{m,n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{m}{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2} (d_{mn} p_a - \sum_c e_{mn} p_c + \sum_l f_{mn} M_{Li} + \sum_g g_{mn} M_{Gi}) \cos n\pi \eta_j = 0 \\ & - \sum_{m=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} A'_n \left\{ (\varphi'_{An} + \lambda n \pi \xi_j) \cosh \lambda n \pi \xi_j + (\varphi'_{cn} + \varphi'_{Bn} \lambda n \pi \xi_j) \sinh \lambda n \pi \xi_j \right\} + \sum_{m=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{m^2 \pi^2}{a^2} A_m (2\varphi_{Am} + \varphi_{Bm}) \cosh m\pi \xi_j \\ & - \frac{16B\lambda^2}{D\pi^4} \sum_{m,n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n}{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2} (d_{mn} p_a - \sum_c e_{mn} p_c + \sum_l f_{mn} M_{Li} + \sum_g g_{mn} M_{Gi}) \cos m\pi \xi_j = 0 \end{aligned}$$

λ, η は x, y 各方向自由辺上に採つた選定の数を示す。

2) 節集条件式

$$\begin{aligned} & -\frac{8B}{D\pi^3} \left\{ \sum_{m=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} (d_{mn} p_a - \sum_c b_{mn} p_c + \sum_l c_{mn} M_{Li}) \left\{ \sin m\pi \xi_i - \frac{m\pi}{2} (1 - 2\xi_i) \right\} + \frac{2\lambda^2}{\pi} \sum_{m,n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2} n (d_{mn} p_a \right. \\ & - \sum_c e_{mn} p_c + \sum_l f_{mn} M_{Li} + \sum_g g_{mn} M_{Gi}) \sin m\pi \xi_i \cos n\pi \eta_i \left. \right\} - \sum_m \frac{m\pi}{a} A_m \left\{ (\varphi_{Am} + \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i) \cosh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i \right. \\ & + (\varphi_{cm} + \varphi_{Bm} \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i) \sinh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i \left. \right\} \sin m\pi \xi_i + \sum_n \left\{ (\varphi'_{An} + \varphi_{Bn} + \lambda n \pi \xi_i) \sinh n\pi \xi_i + (\varphi'_{cn} + 1 + \varphi_{Bn} n\pi \xi_i) \cosh n\pi \xi_i \right\} \\ & \times \left(\frac{n\pi}{b} \right) A'_n \cos n\pi \eta_i + M_{Li}/2k = 0, \quad -\frac{8B}{D\pi^3} \left\{ \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} (d_{mn} p_a - \sum_c b_{mn} p_c + \sum_l c_{mn} M_{Li}) \left\{ \sin n\pi \eta_i - \frac{n\pi}{2} (1 - \eta_i) \right\} \right. \\ & + \frac{2\lambda^2}{\pi} \sum_{m,n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2} m (d_{mn} p_a - \sum_c e_{mn} p_c + \sum_l f_{mn} M_{Li} + \sum_g g_{mn} M_{Gi}) \cos m\pi \xi_i \sin n\pi \eta_i \left. \right\} \\ & - \sum_n \frac{n\pi}{b} A'_n \left\{ (\varphi'_{An} + \lambda n \pi \xi_i) \cosh \lambda n \pi \xi_i + (\varphi'_{cn} + \varphi_{Bn} \lambda n \pi \xi_i) \sinh \lambda n \pi \xi_i \right\} \sin n\pi \eta_i + \sum_m \left\{ (\varphi_{Am} + \varphi_{Bm} \right. \\ & + \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i) \sinh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i + (\varphi_{cm} + 1 + \varphi_{Bm} \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i) \cosh \frac{m\pi}{\lambda} \eta_i \left. \right\} \left(\frac{m\pi}{a} \right) A_m \cos m\pi \xi_i + M_{Gi}/2k = 0 \end{aligned}$$

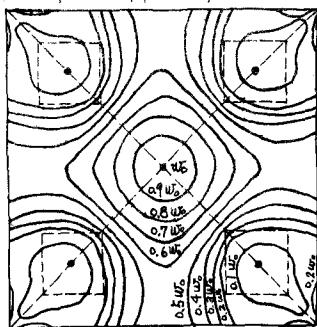
3) 支承条件式

$$k: \text{柱の剛度} = \frac{EI}{h}$$

w_0 及び柱頭反力 P_i は 各柱頭上のたわみ $w(x_i, y_i) = 0$ 及び構造全体の $\sum V = 0$ より求められる。以上 1), 2), 3) の各解式を連立させて角解を求める。

4) 計算例: 図に示す様な周辺完全自由な正方形板 ($a \times a$) が 4 本の柱頭部に結合する場合のたわみ等高線図及びモーメント分布図を示す。本計算例で自由境界に採つた選定の数は 6/6 である。本例の支承台の面積はかなり大きく ($9\% \times 9\%$) 張出部は比較的小さいが自由辺柱頭部柱頭部各部のモーメントの差は著しく、この構造が立体的解析により始めて評価出来ることを示している。今後非対称変形の場合に解法を拡張したいと考えている。

$$\frac{k}{D} = 128$$



$$w_0 = 0.000684 \frac{P}{D} a^4$$

