

曲線格子桁の極限解析

京都大学工教 正員 水沢 博
 同上 正員 O三上市蔵
 神戸市立高専 正員 嵯峨 見

まえがき すでに、連続曲線橋の中央支向などに適用する目的で、両端が固定された曲線主桁2本と横桁1本よりなる曲線格子桁の極限解析を行なった。集中荷重が外桁もしくは内桁のスパン中央に作用した場合¹⁾と等分布線荷重がスパン中央に作用した場合²⁾について崩壊型式および崩壊荷重を理論的に導き、前者に対しては小型模型を用いて載荷実験を行ない、理論的に得られた崩壊型式および崩壊荷重の値が妥当なものであることを確かめた。

ここでは同じ方法を用いて単純曲線橋に適用するために両主桁が両端でねじりに対してのみ抵抗できるように固定されている曲線格子桁の外桁のスパン中央に集中荷重が作用した場合について極限解析を行ない、数値計算を行なって崩壊型式および崩壊荷重と中心角、主桁間隔、各桁の全塑性モーメントなどとの関係を検討した。

降伏条件式 各桁は完全塑性体と仮定し、線構造物として取り扱う。両主桁の断面形は相似であり、図-1に示すように同心円弧上にあるとする。せん断力および軸力の影響を無視すると、降伏条件式はつぎようになる。

$$m^2 + t^2 = 1 \quad (1)$$

ただし、 $m = M/M_0$ 、 $t = T/T_0$ で、 M_0 および $T_0 = \lambda M_0$ はそれぞれ全塑性曲げモーメントおよびねじりモーメントであり、 λ は断面形状によつて決まる定数である。

つりあい条件式 図-2において主桁のつりあい条件式はつぎようになる。

$$m_{12} = (\lambda T_{11} + \zeta_1) \sin \beta \quad (2)$$

$$\lambda T_{12} = (\lambda T_{11} + \zeta_1) \cos \beta - \zeta_1 \quad (3)$$

$$m_{22} = (\lambda T_{21} + \zeta_2) \sin \beta \quad (4) \quad \lambda T_{22} = (\lambda T_{21} + \zeta_2) \cos \beta - \zeta_2 \quad (5)$$

横桁においてはつぎようになる。

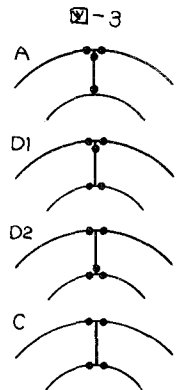
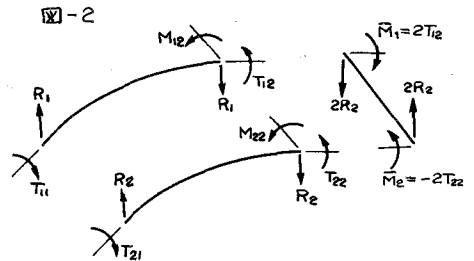
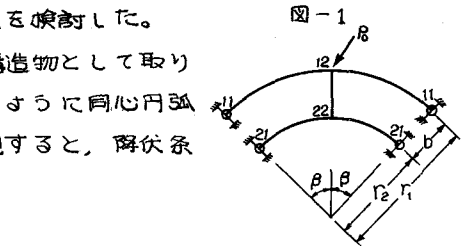
$$\lambda T_{12} + \lambda T_{22} - \zeta(P-1)\zeta_2 = 0 \quad (6)$$

ただし、 $P = r_1/r_2$ 、 $\zeta = M_{20}/M_{10}$ 、 $\zeta_1 = R_1 r_1/M_{10}$ 、 $\zeta_2 = R_2 r_2/M_{20}$ である。

崩壊型式および崩壊荷重 崩壊荷重を P_0 とし、つぎのように表わす。

$$\mu = P_0 r_1/M_{10} = 2(\zeta + \zeta P \zeta_2) \quad (7)$$

塑性ヒンジの生じる可能性のある断面は、主桁の両支点、横桁との端点および $m=0$ となる断面である。普通の曲線橋として考えられる範囲内の β 、 ζ 、 λ などの値に対しては、端点においてのみ塑性ヒンジが生じることが判明したので、崩壊型式として図-3に示した4種類を



考える。各崩壊型式において、曲げおよびねじりモーメントの方向を適当に仮定して、降伏条件式とつりあい条件式とから μ を求め、式(7)に代入して得られる μ のうち最大値がその崩壊型式に対する崩壊荷重である。その結果を以下に示す。

《崩壊型式 A》 $\bar{m}_1 = \bar{M}_1 / \bar{M}_0 = 1$, $\bar{m}_2 = \bar{M}_2 / \bar{M}_0 = -1$, m_{12} , t_{12} , $t_{22} > 0$ である。

$$\mu = \bar{\alpha} \left[(1/\bar{\alpha}) \sqrt{(2\bar{\nu}/\bar{\alpha})^2 - 1} + (\rho+1)/(\rho-1) \right] \quad (8)$$

ただし, $\bar{\nu} = \nu \tan \beta$, $\bar{\alpha} = \bar{M}_0 / M_{10}$ である。

《崩壊型式 D1》 $\bar{m}_1 = 1$, m_{12} , m_{22} , t_{12} , $t_{22} > 0$ である。

$$\mu = \bar{\alpha} \left[\frac{1}{\bar{\nu}} \sqrt{\left(\frac{2\bar{\nu}}{\bar{\alpha}}\right)^2 - 1} + \frac{(2\bar{\nu}/\bar{\alpha})^2 \cdot (\rho-1)/\bar{\nu} + \sqrt{(2\bar{\nu}/\bar{\alpha})^2 \{(\rho-1)^2/(\rho\nu)^2 + 1\} - 1/\rho^2}}{\bar{\nu} + (\rho-1) \sqrt{(2\bar{\nu}/\bar{\alpha})^2 \{(\rho-1)^2/(\rho\nu)^2 + 1\} - 1/\rho^2}} \right] \quad (9)$$

《崩壊型式 D2》 $\bar{m}_1 = -1$, m_{12} , m_{22} , t_{12} , $t_{22} > 0$ である。

$$\mu = \bar{\alpha} \left[\frac{1}{\bar{\nu}} \sqrt{\left(\frac{2\bar{\nu}}{\bar{\alpha}}\right)^2 - 1} + \frac{1}{\bar{\nu}} \left\{ \frac{\rho-1}{\bar{\nu}} \sqrt{\left(\frac{2\bar{\nu}}{\bar{\alpha}}\right)^2 - 1} - \rho \right\}^2 \right] \quad (10)$$

《崩壊型式 C》 m_{12} , m_{22} , t_{12} , $t_{22} > 0$ である。この場合、未知数 8 個に対して、降伏条件式 2 個とつりあい条件式 5 個、計 7 個の式がなりたち条件式が 1 個不足する。そこで未知数の一つが崩壊荷重 μ を最大にするように働く独立変数と考えて $\partial\mu/\partial\gamma_1 = 0$ とおくことによって 8 番目の式を得ることができる。

$$\mu = 2 \cot \beta \left[\frac{\chi_{12}}{\sqrt{(\chi_{12})^2 + (\bar{\nu})^2}} + i \frac{\chi_{12} - \rho + 1}{\sqrt{(\chi_{12} - \rho + 1)^2 + (\rho\bar{\nu})^2}} \right] \quad (11)$$

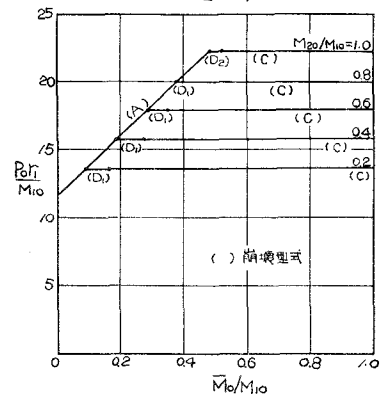
ただし, $\chi_{12} = \bar{\nu} m_{12} / t_{12}$ で, χ_{12} はつぎの式から求められる。

$$\chi_{12} = (\rho-1) \left[\frac{(\rho\bar{\nu})^2}{(\rho-1)^2} + 1 + \frac{1}{i} \frac{(\bar{\nu})^2}{(\rho-1)^2} \frac{(\chi_{12} - \rho + 1)^2 + (\rho\bar{\nu})^2}{(\chi_{12})^2 + (\bar{\nu})^2} \right] \quad (12)$$

以上の式から各崩壊型式に対する崩壊荷重 μ を求め、塑性ヒンジを仮定した断面以外の断面で降伏条件を犯しているものを除去し、残ったもののうちの最小値が求める崩壊荷重である。

数値計算 数値計算の一例として、von Mises の降伏条件を採用し、箱断面主桁 $\lambda = 2/\sqrt{3}$ 、橋軸に沿ったスパンと幅員の比 $Q = 4$ 、 $\beta = 10^\circ$ の場合について主桁および横桁の全塑性曲げモーメントを種々変化した場合の崩壊型式と崩壊荷重の関係を図-4 に示した。図からわかるように、横桁の断面 $\bar{M}_0$ が内桁の断面 $\bar{M}_2$ の $1/2$ 以下の範囲では $\bar{M}_0$ を大きくすると崩壊荷重は大きくなるが、 $1/2 \bar{M}_2$ 以上に大きくしても効果はない。また内桁を強くすれば崩壊荷重は増加する。その他、 Q 、 β 、 λ の値の影響などについての詳細は講演会において述べる。

図-4



参考文献

- 1) 米沢, 三上: 曲線桁架構の極限解析について, 土木学会論文集, 第132号, B341.8
- 2) 米沢, 三上: 曲線桁架構の極限解析について, 第21回土木学会年次学術講演概要, B341.5