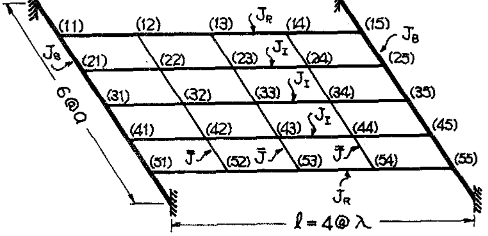
格子桁の荷重分配と橋脚梁のタワミとの関係

京都大学工教　正員　米沢　博
同　上　正員　○三上　市蔵

まえがき　格子桁橋の設計計算によく使われる理論としては Homberg, Leonhardt の方法あるいは Guyon-Massonnet の方法などがあるが，各主桁支点の不等沈下の荷重分配に対する影響について論じたものはあまり見当たらないようである。一方都市に架設される高速道路橋では，桁下空間を有効に使用する目的で鋼製ラーメン構造の橋脚が盛んに使用されている。このような場合，橋脚梁上に各主桁の支点が設置されるが，梁のスパンが非常に大きなものもあり，各主桁の支点は梁のタワミだけ相当量沈下することになる。これに対し実際の設計計算においては各主桁の支点は沈下しないものとして荷重の横方向分配その他を計算しているようであるが，はたしてこれで妥当であるかどうか，あるいは橋脚梁のタワミがどの程度になるまでは沈下を無視した計算が許容されるのかなどは明らかでない。

この研究は首都高速道路公団にて架設中の活荷重格子合成桁橋に対して生じたこのような疑問点を解明し，橋脚梁のタワミと格子桁の荷重分配との関係を知るため，理論的計算および模型載荷実験を行なったものである。

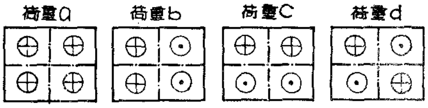
図-1



格点力の理論式　図－１に示すように，両端固定梁上に単純支持された５主桁，３横桁の格子桁を扱う。各格点は主桁，横桁間に反力のみ伝えてモーメントは伝えないものとする。各格点に作用する外力を P_{mn}，主桁の分担荷重（格点力）を X_{mn} とする。ただし $m = 1 \sim 5,\ n = 1 \sim 5$ である。

計算を簡単にするため図－２に示すような４種類の対称，逆対称荷重に分けて考える。各荷重状態に対して，各主桁および横桁のそれぞれにおけるつりあい式と横桁における三連モーメント式とが未知格点力の数だけ得られる。三連モーメント式には横桁の格点における曲げモーメントおよび各格点のタワミが含まれているから，これをPとXで置き換えると，つぎの方程式が得られる。

図-2



(1)　荷重aの場合

$$2X_{12} + 2X_{22} + X_{32} = 2P_{12} + 2P_{22} + P_{32} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$2X_{13} + 2X_{23} + X_{33} = 2P_{13} + 2P_{23} + P_{33} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$(\beta - 8\alpha)X_{12} + (\tfrac{1}{2}\beta - \tfrac{11}{2}\alpha)X_{13} + (5 + 3\beta + 16k\alpha)X_{22} + (\tfrac{3}{2}\beta + 11k\alpha)X_{23} + (3 + \tfrac{3}{2}\beta - 8k\alpha)X_{32} + (\tfrac{3}{4}\beta - \tfrac{11}{2}k\alpha)X_{33}$$
$$= 5P_{22} + 3P_{32} - \beta(P_{11} + 3P_{21} + \tfrac{3}{2}P_{31}) \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\beta X_{12} + \tfrac{1}{2}\beta X_{13} + (6 + 4\beta - 16k\alpha)X_{22} + (2\beta - 11k\alpha)X_{23} + (5 + \tfrac{7}{2}\beta + 16k\alpha)X_{32} + (\tfrac{7}{4}\beta + 11k\alpha)X_{33}$$
$$= 6P_{22} + 5P_{32} - \beta(P_{11} + 4P_{21} + \tfrac{7}{2}P_{31}) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$(\beta - 11\alpha)X_{12} + (\tfrac{1}{2}\beta - 8\alpha)X_{13} + (3\beta + 22k\alpha)X_{22} + (5 + \tfrac{3}{2}\beta + 16k\alpha)X_{23} + (\tfrac{3}{2}\beta - 11k\alpha)X_{32} + (3 + \tfrac{3}{4}\beta - 8k\alpha)X_{33}$$
$$= 5P_{23} + 3P_{33} - \beta(P_{11} + 3P_{21} + \tfrac{3}{2}P_{31}) \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\beta X_{12} + \tfrac{1}{2}\beta X_{13} + (4\beta - 22k\alpha)X_{22} + (6 + 2\beta - 16k\alpha)X_{23} + (\tfrac{7}{2}\beta + 22k\alpha)X_{32} + (5 + \tfrac{7}{4}\beta + 16k\alpha)X_{33}$$

$$= 6P_{23} + 5P_{33} - \beta(P_{11} + 4P_{21} + \frac{7}{2}P_{31}) \quad \cdots\cdots (6)$$

(2) 荷重 b の場合

$$2X_{12} + 2X_{22} + X_{32} = 2P_{12} + 2P_{22} + P_{32} \quad \cdots\cdots (7)$$

$$(\frac{1}{4}\beta - \alpha)X_{12} + (5 + \frac{3}{4}\beta + 2k\alpha)X_{22} + (3 + \frac{3}{8}\beta - k\alpha)X_{32} = 5P_{22} + 3P_{32} - \beta(\frac{1}{2}P_{11} + \frac{3}{2}P_{21} + \frac{3}{4}P_{31}) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\frac{1}{4}\beta X_{12} + (6 + \beta - 2k\alpha)X_{22} + (5 + \frac{7}{8}\beta + 2k\alpha)X_{32} = 6P_{22} + 5P_{32} - \beta(\frac{1}{2}P_{11} + 2P_{21} + \frac{7}{4}P_{31}) \quad \cdots\cdots (9)$$

(3) 荷重 C の場合

$$2X_{12} + X_{22} = 2P_{12} + P_{22} \quad \cdots\cdots (10) \qquad 2X_{13} + X_{23} = 2P_{13} + P_{23} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$(\frac{8}{9}\beta - 8\alpha)X_{12} + (\frac{4}{9}\beta - \frac{11}{2}\alpha)X_{13} + (2 + \frac{19}{9}\beta + 16k\alpha)X_{22} + (\frac{19}{18}\beta + 11k\alpha)X_{23} = 2P_{22} - \beta(\frac{8}{9}P_{11} + \frac{19}{9}P_{21}) \quad \cdots\cdots (12)$$

$$(\frac{8}{9}\beta - 11\alpha)X_{12} + (\frac{4}{9}\beta - 8\alpha)X_{13} + (\frac{19}{9}\beta + 22k\alpha)X_{22} + (2 + \frac{19}{18}\beta + 16k\alpha)X_{23} = 2P_{23} - \beta(\frac{8}{9}P_{11} + \frac{19}{9}P_{21}) \quad \cdots\cdots (13)$$

(4) 荷重 d の場合

$$2X_{12} + X_{22} = 2P_{12} + P_{22} \quad \cdots\cdots (14)$$

$$(\frac{2}{9}\beta - \alpha)X_{12} + (2 + \frac{19}{36}\beta + 2k\alpha)X_{22} = 2P_{22} - \beta(\frac{4}{9}P_{11} + \frac{19}{18}P_{21}) \quad \cdots\cdots (15)$$

以上 4 種類の荷重状態に対する X を求め，それらを加え合わせれば，任意の荷重状態に対する格点力が得られる。ただし，$\alpha = (\lambda^3 \bar{J})/(a^3 J_R)$, $\beta = \bar{J}/J_B$, $k = J_R/J_I$ であり，各式において β を含む項は橋脚梁のタワミの影響をあらわし，$J_B = \infty$ すなわち $\beta = 0$ とおけば主桁の支点が沈下しない場合となる。

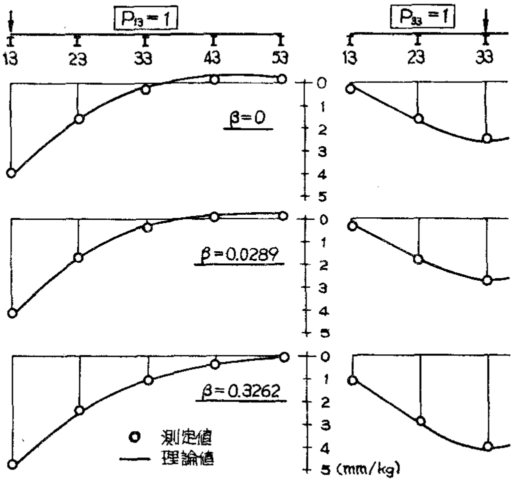
橋脚梁のタワミと荷重分配の関係 問題となった格子桁橋に近い値を有する $k = 1.23$, $\alpha = 0.254$ の格子桁を考え，$\beta = 0$, 0.0289（実橋に近い値），0.0519, 0.1032, 0.3262 の場合について，各格点上に単位荷重が単独に作用した場合の格点力を計算した。その一例を表－1 に示す。実橋を含む $\beta \leqq 0.05$ の範囲では支点沈下を無視して格点力を計算しても最大 0.5～1.5 % の誤差しか生じないが，$\beta \geqq 0.1$ では相当影響するので橋脚梁のタワミを考慮に入れる必要があると考えられる。

表－1

		β=0	β=0.0289	β=0.3262
$P_{13}=1$	X_{13}	0.89725	0.89814	0.90614
	X_{23}	0.13973	0.13947	0.13748
	X_{33}	0.00492	0.00375	-0.00740
	X_{43}	-0.01803	-0.01847	-0.02216
	X_{53}	-0.02387	-0.02290	-0.01405
$P_{33}=1$	X_{13}	0.00604	0.00811	0.02682
	X_{23}	0.17277	0.17161	0.16136
	X_{33}	0.64239	0.64056	0.62364

模型実験 理論値と比較するため 12～20 mm の丸鋼を使用して，$\ell = 160$ cm, $4a = 88$ cm の模型格子桁を製作し，載荷実験を行なった。格点は主桁と横桁間で反力のみ伝えるような構造とした。各格点のタワミはダイヤルゲージと読取り望遠鏡で測定した。タワミの測定結果および理論値との比較の一例を図－3に示す。測定値は理論値とほゞ一致しているが，測定値の方がわずかに小さい値となっている。これは格点の摩擦力のためわずかではあるがモーメントが伝達されたためと思われる。

図－3



本研究に対し首都高速道路公団およびK.K.呉造船所より援助を受けたことを付記する。