

京大工業教員養成所 正員 久保田 敬一

京大工業教員養成所 正員 ○ 佐藤 忠信

1. まえがき この研究は砂質土の応力とヒズミ機構の解明に関する基本的研究の第一歩として、2, 3の仮定のもとに、砂質土に対する応力タイレイタンシーの新しい解釈を導いた。また破壊時の応力とタイレイタンシーの値が実験的に直線関係を示すことが明らかとなったので、この直線式の物理的意味を新しい応力タイレイタンシー式から究明し、あわせて、その係数を決定した。

2. エネルギー方程式 Roscoeが導いた供試体の単位体積当りのエネルギー変化 δE は $\delta E = \delta U + \delta W$ で表われ、この右辺の値は

$$\delta U = P(\delta v)_e = \frac{k}{1+e} \delta p \quad (1) \quad \delta W = \{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_3 \left(\frac{\delta U}{\delta \epsilon_1} \right)_s\} (-\delta \epsilon_1)_s \quad (2)$$

となる。ただし δU は弾性的エネルギー変化を、 δW はせん断によるエネルギー変化を表わす。また各ヒズミは次式のように弾性項と塑性項に分解して用いた。

$$\delta \epsilon_1 = (\delta \epsilon_1)_e + (\delta \epsilon_1)_s, \quad \delta \epsilon_3 = (\delta \epsilon_3)_e + (\delta \epsilon_3)_s, \quad \delta v = (\delta v)_e + (\delta v)_s \quad (3)$$

ここで、最大主応力 σ_1 を σ_{1d} (タイレイションのために外部になされる仕事の応力成分)、 σ_{1ra} (供試体をリモールド状態にするまでの粒子配列のためになされる仕事の応力成分で体積変化とならぬ関係をもつもの)、 σ_{1rc} (粒子のリモールドのためになされる仕事の応力成分) の3つに分解すると

$$\sigma_1 = \sigma_{1d} + \sigma_{1ra} + \sigma_{1rc} \quad (4)$$

いま、各応力に対する供試体単位体積当りのエネルギー変化を δW_1 , δW_{1d} , δW_{1ra} , δW_{1rc} とすれば

$$\delta W_1 = \delta W_{1d} + \delta W_{1ra} + \delta W_{1rc} \quad (5)$$

ここに、 $\delta W_1 = \sigma_1 (-\delta \epsilon_1)_s$, $\delta W_{1d} = \sigma_{1d} (-\delta \epsilon_1)_s = \sigma_3 \left(\frac{\delta v}{\delta \epsilon_1} \right)_s (-\delta \epsilon_1)_s$, $\delta W_{1ra} = \sigma_{1ra} (-\delta \epsilon_1)_s$, $\delta W_{1rc} = \sigma_{1rc} (-\delta \epsilon_1)_s$ である。いま、粒子配列のために供試体内部でなされる仕事 δW_{1ra} と供試体かセル圧に対してなす仕事 δW_{1d} との比を k とおくと、

$$\delta W_{1ra} / \delta W_{1d} = \{ \sigma_{1ra} (-\delta \epsilon_1)_s \} / \{ \sigma_3 (-\delta \epsilon_1)_s + 2\sigma_3 (\delta \epsilon_3)_s \} = k \quad (6)$$

$$\text{式(4), (5) から,} \quad \sigma_1 (-\delta \epsilon_1)_s = \sigma_{1rc} (-\delta \epsilon_1)_s - (k+1) (\delta v)_e \sigma_3 \quad (7)$$

式(7)に式(3)を代入すると

$$\sigma_1 \{ \delta \epsilon_1 - (\delta \epsilon_1)_e \} = \sigma_{1rc} \{ \delta \epsilon_1 - (\delta \epsilon_1)_e \} + (k+1) \{ \delta v - (\delta v)_e \} \sigma_3 \quad (8)$$

いま、 $(\epsilon_1)_e$ と ϵ_1 との間に $(\epsilon_1)_e = f(\epsilon_1)$ なる関係があると

$$(\delta \epsilon_1)_e = f' \delta \epsilon_1 \quad (9)$$

$$\text{式(1), (8), (9) から} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_{1rc}}{\sigma_3} + \frac{k+1}{1-f'} \left\{ \frac{\delta v}{\delta \epsilon_1} - \frac{k}{1+e} \frac{1}{p} \frac{\delta p}{\delta \epsilon_1} \right\} \quad (10)$$

かえられる。これが応力とタイレイタンシーをもつ基本的な関係式である。ここで $\epsilon_1 \rightarrow \infty$ のとき $(\delta v / \delta \epsilon_1) \rightarrow 0$, $(\delta p / \delta \epsilon_1) \rightarrow 0$ となるから、 $\sigma_{1rc} / \sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \phi_{cr}/2) = K_{cr}$ となる。

3. ピーク点のエネルギー式 式(10)において側圧を一定にした完全排水試験の特別な場合を考えてみる。試験経路のピーク点においては $(\delta\sigma/\delta\varepsilon_1)=0$ であるから $(\delta p/\delta\varepsilon_1)=0$ となる、したがって、式(10)よりピーク点かつ条件式は

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)_{\text{peak}} = K_{\text{cur}} + \alpha \left(\frac{\delta v}{\delta \varepsilon_1}\right)_{\text{peak}} \quad (11)$$

である。ただし $\alpha = \{(K_{\text{max}} - K_{\text{cur}})/(1 - \mu)\}_{\text{peak}}$, $K_{\text{cur}} = \tan^2(45^\circ + \phi_{\text{cur}}/2)$ である。ここで問題になるのは、 α の値であるが、これは次に述べるように一定値をとる。

4. α の決定 図-1は種々の初期間欠キ比をもった砂供試体の破壊時における (σ_1/σ_3) と $(\delta v/\delta \varepsilon_1)$ の関係をプロットしたものである。図中○印は数質海岸砂、●印はCornforth, ⊗印はRoweのデータをまとめたものである。図によると各供試体の破壊点は一つの直線にのることわかり、このことから式(11)の α の値が一定値をとることになる。 α の値を決定するには、最も密につめた供試体の破壊点はRoweの最小エネルギー条件を満足するとすれば、

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)_{\text{peak}} = \left(1 + \frac{\delta v}{\delta \varepsilon_1}\right)_{\text{peak}} \tan^2(45^\circ + \frac{\phi_{\mu}}{2}) \quad (12)$$

であるから、式(11)(12)から

$$\alpha = \{(K_{\text{max}} - K_{\text{cur}})/(K_{\text{max}} - K_{\mu})\} K_{\mu} \quad (13)$$

として α の値が決定される。ここに $K_{\text{max}} = \tan^2(45^\circ + \phi_{\text{max}}/2)$, $K_{\mu} = \tan^2(45^\circ + \phi_{\mu}/2)$, $K_{\text{cur}} = \tan^2(45^\circ + \phi_{\text{cur}}/2)$ を表わす。

5. ϕ_{cur} , ϕ_{max} の決定 供試体の初期間欠キ比が最小のとき、供試体は破壊点において完全にリモールドされていると考えられ、 $(\delta v/\delta \varepsilon_1)_{\text{peak}}=0$ となり $(\sigma_1/\sigma_3)_{\text{peak}}=K_{\text{cur}}$ とおくことのできる。すなわち図-1の破壊点を必ず応力タイレタンシー直線において、 $(\delta v/\delta \varepsilon_1)=0$ の点の (σ_1/σ_3) 値から ϕ_{cur} が求まる。

最も密につまった砂の供試体の ϕ の値が ϕ_{max} を与えるから、図-2のような $\phi/\phi_{\text{cur}} - D$ 曲線を考えてみることのできる。ここに、 $D = (e - e_{\text{min}})/(e_{\text{max}} - e_{\text{min}})$ である。図によると D の小さい範囲では $\phi/\phi_{\text{cur}} - D$ 曲線は直線とみなしてよいから、 ϕ_{max} を $D=0$ の時の ϕ/ϕ_{cur} の値から読みとることができる。いまこのような方法で図の3つの砂についてその基本的な係数 ϕ_{cur} , ϕ_{μ} , ϕ_{max} , α をまとめたものが表-1である。

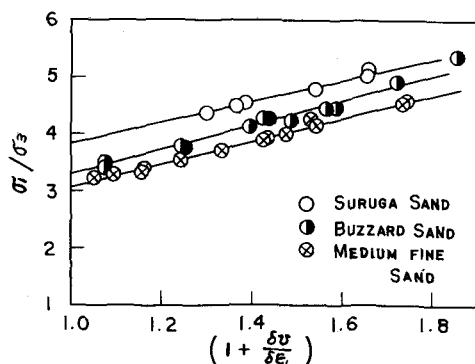


図-1 破壊時の応力タイレタンシー関係

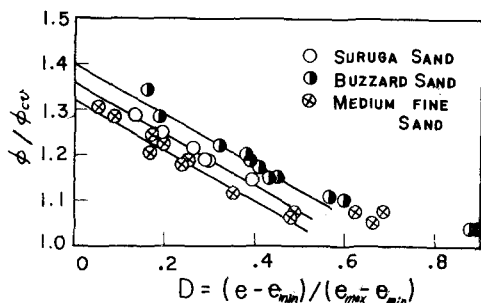


図-2 $(\phi/\phi_{\text{cur}}) - D$ 関係曲線

表 - 1

	ϕ_{μ}	ϕ_{cur}	ϕ_{max}	α
数質 海岸砂	—	35°	45.2°	1.65
Buzzard Sand	24°	32°	45°	2.04
Medium fine Sand	26°	31°	41°	2.00