

京都大学工学部 正員 工博 名 佐 義 朗
京都大学工学部 正員 工修 今 井 博 健

1. 緒 言

等方差一様乱流場における拡散現象に対するG.Taylor¹⁾の方法は、実用上の見地から、
きわめて有効な方法であつて、G.T.Orlob²⁾は、この方法に基づき、Lagrange相関関数 $R(t)$ と1
次元指数関数を用いて、南水路流れにおける拡散過程を解析した。すなわち、

$$R(t) = \exp(-t/t_r), \quad (t_r: \text{const, [sec]}) \quad (1)$$

を用い、また、 $t \approx x/\bar{u}$ とし、流下距離 x における分散 σ_y^2 を次のように表わす。すなわち、

$$\sigma_y^2(x) = 2\bar{u}^2 t_r^2 \left\{ \frac{x}{t_r \bar{u}} + \exp(-\frac{x}{t_r \bar{u}}) - 1 \right\} \quad (2)$$

(2)式を用いると、 $x = x_1$ および x_2 ($x_1 < x_2$) における σ_y^2 の値は $t_r \bar{u}$ のみの関数となることより、
 σ_y^2 の測定値から $t_r \bar{u}$ を決定することができる。しかしながら、この方法(G.T.Orlobの方法)によ
つて $t_r \bar{u}$ を決定しようとする場合、 σ_y^2 の測定精度によつて $t_r \bar{u}$ の値は大きな影響を受ける
ため、実際上、 $t_r \bar{u}$ を正確に決定することは、きわめて困難な問題であると云ふことができる。

本報告は、Lagrange相関関数における特性値 t_r の意義について明らかにするとともに、2、
3の仮定を用いて、 t_r と平均流速 $\bar{u}$ との関係について考察しようとするものである。

2. 特性値 t_r の意義

乱れ(場)の平均的な滞留時間(verweilzeit)では、

$$\tau = \int_0^\infty R(t) dt \quad (3)$$

によつて与えられるが、 $R(t)$ として(1)式を用いると、 $\tau = t_r$ となり、 t_r は場の平均的な滞
留時間を意味するといふことがわかる。

一方、 $\sigma_y^2(x)$ は、 x が小さく大なるとき、それを、近似的に次のように表わす。

$$\sigma_y^2(x) \approx \left(\frac{\sqrt{t_r}}{\bar{u}}\right)^2 x^2 \quad \text{for } x: \text{short} \quad (4) \quad \sigma_y^2(x) \approx 2\frac{\bar{u}^2}{t_r} x = \left(\frac{\sqrt{t_r}}{\bar{u}}\right)^2 x_c \cdot x \quad \text{for } x: \text{long} \quad (5)$$

ここに、 $x_c = 2\bar{u}t_r$ であつて、図-1のようは、両対数紙上に
(4)および(5)式の関係を表わすとき、両直線の交点にお
ける x の値を x_c と云ふ。また、 x_c に対応する σ_y^2 は、実際の
 $\sigma_y^2(x_c)$ との間に

$$\frac{\sigma_y^2(x_c)}{\sigma_c^2} = \frac{1+e^{-2}}{2} = 0.5676, \dots \quad (6)$$

の関係が成立する。これより明らかに、 x_c および σ_c^2
の値が与えられると、拡散過程の概略を知ることができ、
 t_r の持つ意義はきわめて大きいことがわかる。

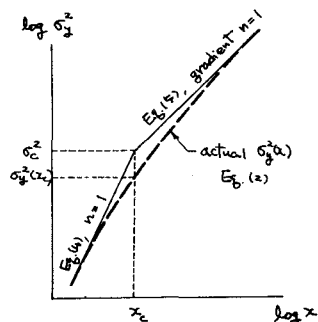


Fig. 1. The Definition of x_c and σ_c^2 .

3. Kolmogoroff の相似則による t_{*} の推定

Kolmogoroff の相似則によると、拡散係数 D に由り、 σ^2 の関係が成立する

$$D \sim E^{\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}} \quad (7)$$

ここに、 E は単位時間当りのエネルギー消散量、 L は拡散現象のスケールである

水路路床における乱流拡散現象に対しては、 D , E および L は、それぞれ、 σ^2 のように表わされる。すなわち、 D は、Ginsburg の拡散理論を用いて (2) 式より算出する

$$D_y = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt} = \frac{1}{2} \bar{u} \frac{d\sigma_y^2}{dx} = \bar{u}^2 t_* \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{x}{t_* \bar{u}}\right) \right\} \quad (8)$$

より明らかのように、 x の函数として与えられるが、 x が大のとき、一定値 $\bar{u}^2 t_*$ に近づくことより、(8) 式における D と t_* の値を用いることはある。E については、一般に、

$$E \sim g \bar{u} I_e \quad (g: \text{重力の加速度, } I_e: \text{エネルギー勾配}) \quad (9)$$

と表わされる。また、 L については、Richardson による $\frac{4}{3}$ 乗則が提案されて以来、各種のスケールが採用されてきたが、いま、

$$L = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sigma^2} t_* \quad (10)$$

によって定義される乱れスケールを採用することにすると、結局、(7) 式は σ^2 のようになる

$$\bar{u}^2 t_* \sim (g \bar{u} I_e)^{\frac{1}{3}} (\sqrt{\sigma^2} t_*)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

(11) 式において、 g および I_e を一定とすると、

$$t_* \sim \left(\frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{u}} \right)^{\frac{3}{2}} \bar{u} \quad (12)$$

となり、乱れの相対強度 $\frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{u}}$ が一定と近似できる場合、 $t_* \sim \bar{u}$ とするこゝとがわかる

4. 実験値による検証

定常乱流状態における乱れの相対強度に由る従来の推定結果³⁾によると、 $\frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{u}} = 0.3 \sim 0.4$ であつて、 $\frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{u}}$ が一定という近似は、ほぼ満足されるものであると考へられる。図-2 は、路床こう配 0.00218 の水路における Orlob²⁾ の拡散実験に t_* による $\bar{u}$ と t_* の関係を示したものであるが、この図より $t_* \sim \bar{u}$ という関係は、実用上において十分満足できるものと考へられる。なお、図-2 における推定結果のばらつきは、ほとんど、 σ_y^2 の測定誤差に基くものと考へられ、実用上においては、(12) 式による t_* を推定する方が容易である。さらに述べたように、 t_* より拡散過程の概略が推定できるとき、結局、きわめて推定容易な $\bar{u}$ より拡散過程の概略が推定できる

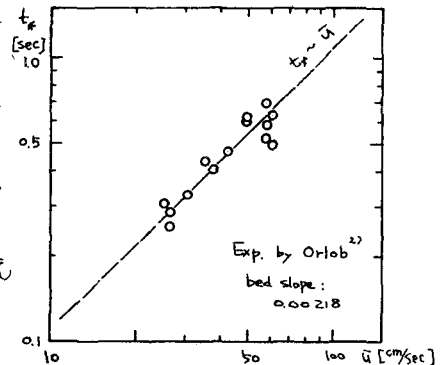


Fig. 2. The Relation between $\bar{u}$ and t_* .

参考文献

- 1) Taylor, G.I., "Diffusion by Continuous Movements", Proc. London Math. Soc. 20, 1921.
- 2) Orlob, G.T., "Eddy Diffusion in Open Channel Flow", Sanitary Eng. Research Lab., Univ. California, Berkeley, Calif. 1958.
- 3) Laufer, J., "Investigation of Turbulent Flow in a Two Dimensional Channel", NACA Rep. 1053, 1951.