

京都大学工学部 正 員 工博 小西 一郎
 京都大学工学部 正 員 工博 白石 成人
 京都大学工学部 学生員 〇野口 昌弘

1. まえがき

長大つり橋が、地震による振動をうけるときは、各二つの Anchor, Tower における地震力の位相、大きさが異なる場合も存在し、このため、その振動特性も刻々と変化するものである。ここでは、この問題解決の一方法として、Anchor, Tower に、図1、図2に示すような変位 z_A, z_B をあたえ、各部材の応力、たわみをもとめ、これより、重ね合わせにより、図4のような系について、各部材の応力、たわみをもとめ、その後各系について、固有振動数、周期、振動モードをもとめた。なお、計算にあたっては、明石連絡橋を二次系と、した。

2. 理論式

図1、図2において、外力の仕事 W_e 、ひずみエネルギー $V_{cable}, V_{st}, V_{tower}$ より、 $(V_c + V_{st} + V_t - W_e)$ をもとめ、Rayleigh-Ritz の方法をつかう。Cable 張力 $h_i (i=1, 2, 3)$ 、たわみ形 $\eta_i (i=1, \dots, 5)$ をもとめる。

1) 図1. の場合の基本式

拘束条件として、Tower 頂で Cable は固定されていると考えると、

$$\begin{aligned} z_A - \Delta_1 &= h_1 L_1 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^{l_1} \eta_3 dx, & \Delta_1 - \Delta_2 &= h_2 L_0 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^l \eta_4 dx \\ \Delta_2 &= h_3 L_1 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^{l_1} \eta_5 dx, & \Delta_1 &= (h_1 - h_2) c^3 / 3EI_x, & \Delta_2 &= (h_2 - h_3) c^3 / 3EI_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} [(h_1 - h_2) \Delta_1 + (h_2 - h_3) \Delta_2 - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_1 \int_0^{l_1} \eta_3 dx - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_2 \int_0^l \eta_4 dx - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_3 \int_0^{l_1} \eta_5 dx] \\ V_{st} &= \frac{1}{2} EI_x \left[\int_0^c \eta_1'^2 dx + \int_0^c \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -\frac{1}{2} \cdot H_w \left[\int_0^{l_1} \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^l \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^{l_1} \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_t &= \frac{1}{2} EI_{t1} \int_0^{l_1} \eta_3'^2 dx + \frac{1}{2} EI_{t0} \int_0^l \eta_4'^2 dx + \frac{1}{2} EI_{t1} \int_0^{l_1} \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

2) 図2. の場合の基本式

拘束条件として、

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= h_1 L_1 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^{l_1} \eta_3 dx, & \Delta_2 - \Delta_1 &= h_2 L_0 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^l \eta_4 dx \\ -\Delta_2 &= h_3 L_1 / EA_c - 8\frac{t}{l^2} \int_0^{l_1} \eta_5 dx, & \Delta_3 &= (h_1 - h_2) c^3 / 3EI_x, & \Delta_2 &= (h_3 - h_2) c^3 / 3EI_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} [(h_1 - h_2) \Delta_3 + (h_3 - h_2) \Delta_2 - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_1 \int_0^{l_1} \eta_3 dx - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_2 \int_0^l \eta_4 dx - 8\frac{t}{l^2} \cdot h_3 \int_0^{l_1} \eta_5 dx] \\ V_{st} &= \frac{1}{2} EI_x \left[\int_0^c \eta_1'^2 dx + \int_0^c \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -\frac{1}{2} \cdot H_w \left[\int_0^{l_1} \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^l \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^{l_1} \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_t &= \frac{1}{2} EI_{t1} \int_0^{l_1} \eta_3'^2 dx + \frac{1}{2} EI_{t0} \int_0^l \eta_4'^2 dx + \frac{1}{2} EI_{t1} \int_0^{l_1} \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

ただし、 I_x, I_{t1}, I_{t0} : Tower, 補剛桁 (side span), 補剛桁 (main span) の断面二次モーメント、 A_c : Cable 2本の断面積、 l_1, l : side span 長, main span 長。

f: Cable sag Hw : 死荷重による Cable 張力. h_i : Z_A , Z_B の変位によつて生ずる Cable 付加張力. c : Tower の高さ.

たわみ形として、図 I の場合は、

$$\eta_1 = \Delta_1 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_2 = \Delta_2 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_3 = A_1 \sin \pi x / \ell_1,$$

$$\eta_4 = B_1 \sin \pi x / \ell, \quad \eta_5 = C_1 \sin \pi x / \ell_1 \quad \text{とすると Boundary condition は満足される。}$$

図 2 の場合は、 $\eta_1 = \Delta_3 (1 - \sin \pi x / 2c)$, 以下同様である。

3) 固有振動の解析の基本式 [図 3]

T を運動エネルギーとすれば、Rayleigh - Ritz の方法より、($T_{\text{cable}} + T_{\text{st}} + T_{\text{tower}} - V_C' - V_f' - V_z'$) を極値にする条件によつて、振動モード、および、振動数が求められる。上のように入定した各モードに対する拘束条件として、

$$h_2' - h_1' = EI_2 \eta_1'''(x=0), \quad h_2' - h_3' = EI_2 \eta_2'''(x=0), \quad \Delta_1 = L h_1' / EA_c - 8f / \ell^2 \int_0^{\ell_1} \eta_3 dx$$

$$-\Delta_1 - \Delta_2 = L h_3' / EA_c - 8f / \ell^2 \int_0^{\ell} \eta_4 dx, \quad \Delta_2 = L h_3' / EA_c - 8f / \ell^2 \int_0^{\ell_1} \eta_5 dx$$

エネルギー式として、

$$T_f = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\int_0^{\ell} w_{f1} / g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^{\ell} w_{f0} / g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{\ell_1} w_{f1} / g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_c = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\int_0^{\ell} w_c / g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^{\ell} w_c / g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{\ell_1} w_c / g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_z = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\int_0^{\ell} w_z / g \cdot \eta_1^2 dx + \int_0^{\ell} w_z / g \cdot \eta_2^2 dx \right]$$

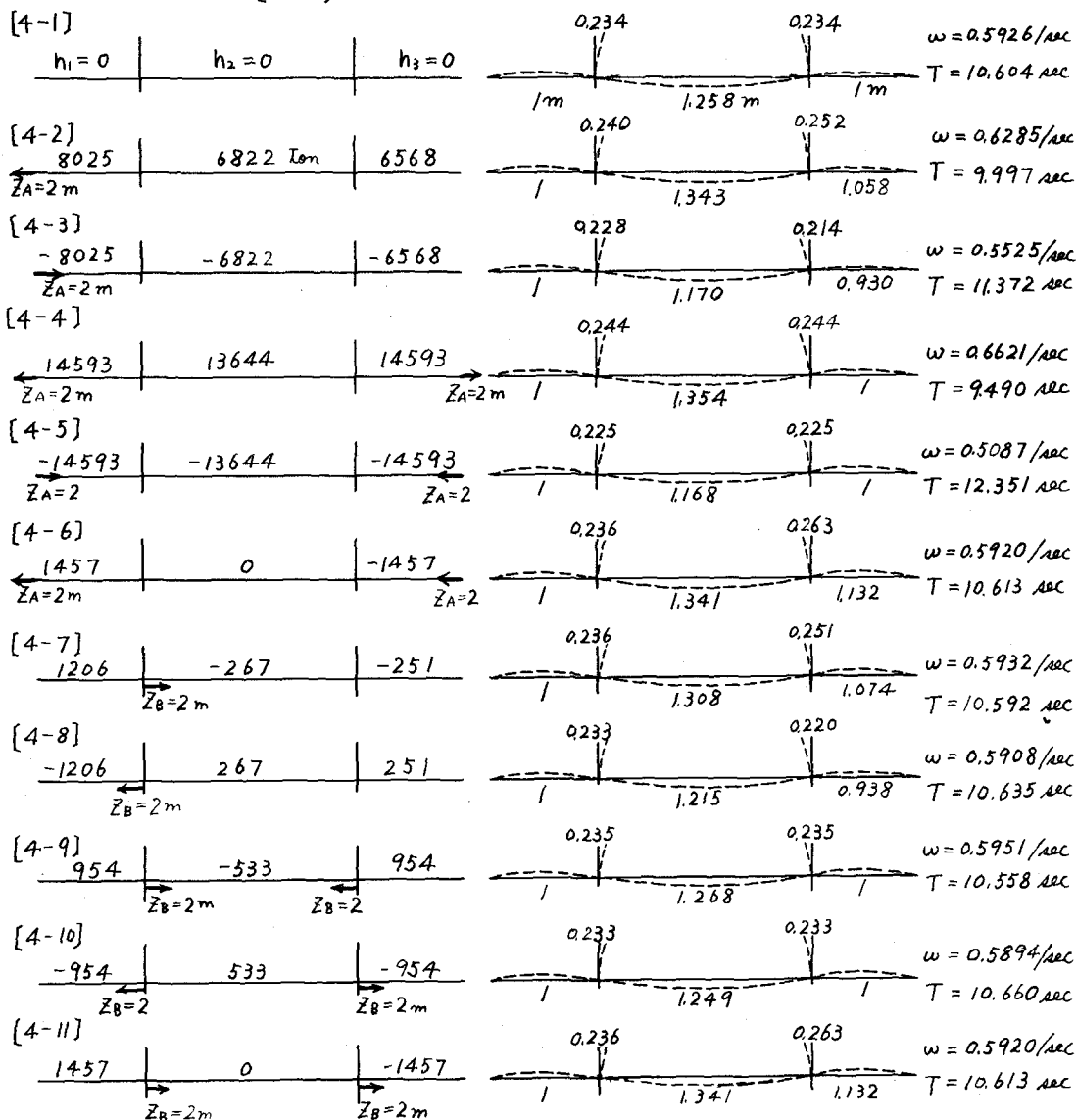
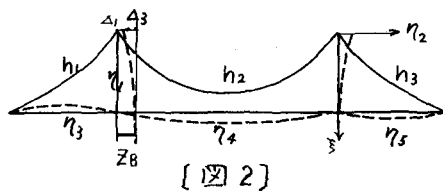
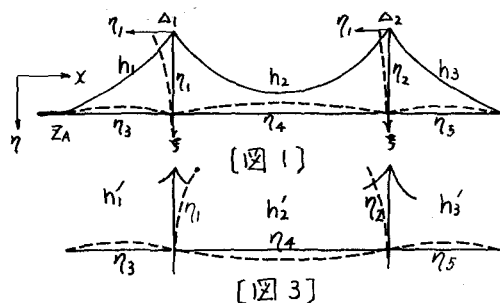
$$V_C' = -\frac{1}{2} (Hw + h_1) \int_0^{\ell} \eta_3 \eta_3'' dx - \frac{1}{2} (Hw + h_2) \int_0^{\ell} \eta_4 \eta_4'' dx - \frac{1}{2} (Hw + h_3) \int_0^{\ell_1} \eta_5 \eta_5'' dx \\ + \frac{1}{2} \cdot 8f / \ell^2 \cdot h_1' \int_0^{\ell_1} \eta_3 dx + \frac{1}{2} \cdot 8f / \ell^2 \cdot h_2' \int_0^{\ell} \eta_4 dx + \frac{1}{2} \cdot 8f / \ell^2 \cdot h_3' \int_0^{\ell_1} \eta_5 dx$$

V_f , V_z は前述。

ただし、 ω : 固有振動数、 w_{f1} , w_{f0} , w_z , w_c : 補剛桁 (side span), 補剛桁 (main span) Tower, Cable (2 本分) の単位長当りの重量。 h_i' ($i=1, 2, 3$): 振動時に Cable に生ずる付加張力。また、たわみ式は、図 I の場合と同じ。

3. 結論

この研究は、構造系の境界の変化が、動力学的にどのように変わるかを知らねばならない。特に、Tower 底の変位の場合よりも、Anchor が変位したときが、つり橋の自由振動にあたる影響が大であり、この計算では、約 +20 ~ -10% の振動数の変動が考えられる。高次の固有振動周期についても、ある中をもつて、固有振動周期が存在することが推定される。したがって、つり橋が共振する外力の振動周期の範囲が、拡大することになり、この長は、耐震設計上注意されねばならない問題であると考えられる。



ただし、 h_1, h_2, h_3 は+のTension

[図 4]