

長大つり橋構造の耐震解析に関する基礎的研究

京都大学工学部 正員 工博 小西一郎
 京都大学工学部 正員 工博 白石成人
 京都大学工学部 学生員 ○野口昌編

1. まえがき

長大つり橋が、地震による振動をうけたときは、各二つの Anchor, Tower における地震力の位相、大きさが異なる場合も存在し、このため、その振動特性も刻々と変化するものである。ここでは、この問題解決の一方法として、Anchor, Tower に、図1, 図2にしますよう変形 η_3, η_4, η_5 をあたえ、各部材の応力、たわみをもとめ、これより、重ね合わせにより、図4 のよう自系について、各部材の応力、たわみをもとめ、その後各系について、固有振動数、周期、振動モードをもとめた。なお、計算にあたっては、明石連絡橋を二次系と、た。

2. 理論式

図1, 図2において、外力の仕事 W_e 、ひずみエネルギー - $V_{cable}, V_{st}, V_{tower}$ あり。 $(V_c + V_s + V_t - W_e)$ をもとめ、Rayleigh-Ritz の方法をつかう。すなはち、Cable 張力 h_i ($i=1, 2, 3$)、たわみ形 η_i ($i=1 \dots 5$) をもとめる。

1) 図1 の場合の基本式

拘束条件として、Tower 頂で Cable は固定されていると考えると、

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= h_1 L / E A_c - 8f/l^2 \int_0^L \eta_3 dx, & \Delta_1 - \Delta_2 &= h_2 L / E A_c - 8f/l^2 \int_0^L \eta_4 dx \\ \Delta_2 &= h_3 L / E A_c - 8f/l^2 \int_0^L \eta_5 dx, & \Delta_1 &= (h_1 - h_2) C^3 / 3 E I_x, & \Delta_2 &= (h_2 - h_3) C^3 / 3 E I_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} [(h_1 - h_2) \Delta_1 + (h_2 - h_3) \Delta_2 - 8f/l^2 \cdot h_1 \int_0^L \eta_3 dx - 8f/l^2 \cdot h_2 \int_0^L \eta_4 dx - 8f/l^2 \cdot h_3 \int_0^L \eta_5 dx] \\ V_t &= \frac{1}{2} E I_x \left[\int_0^L \eta_1'^2 dx + \int_0^L \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -\frac{1}{2} \cdot H_w \left[\int_0^L \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^L \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^L \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_s &= \frac{1}{2} E I_{s1} \int_0^L \eta_3'^2 dx + \frac{1}{2} E I_{s0} \int_0^L \eta_4'^2 dx + \frac{1}{2} E I_{s1} \int_0^L \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

2) 図2 の場合の基本式

拘束条件として、

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= h_1 L / E A_c - 8f/l^2 \int_0^L \eta_3 dx, & \Delta_2 - \Delta_1 &= h_2 L / E A_c - 8f/l^2 \cdot \int_0^L \eta_4 dx \\ -\Delta_2 &= h_3 L / E A_c - 8f/l^2 \int_0^L \eta_5 dx, & \Delta_3 &= (h_1 - h_2) C^3 / 3 E I_x, & \Delta_2 &= (h_3 - h_2) C^3 / 3 E I_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} [(h_1 - h_2) \Delta_1 + (h_3 - h_2) \Delta_2 - 8f/l^2 \cdot h_1 \int_0^L \eta_3 dx - 8f/l^2 \cdot h_2 \int_0^L \eta_4 dx - 8f/l^2 \cdot h_3 \int_0^L \eta_5 dx] \\ V_t &= \frac{1}{2} E I_x \left[\int_0^L \eta_1'^2 dx + \int_0^L \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -\frac{1}{2} \cdot H_w \left[\int_0^L \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^L \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^L \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_s &= \frac{1}{2} E I_{s1} \int_0^L \eta_3'^2 dx + \frac{1}{2} E I_{s0} \int_0^L \eta_4'^2 dx + \frac{1}{2} E I_{s1} \int_0^L \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

ただし、 I_x, I_h, I_{s0} : Tower, 橋脚剛（side span), 橋剛剛（main span) の断面 = 次モーメント。 A_c : Cable 2 本の断面積。 L, l : side span 長, main span 長。

f : Cable sag H_w : 死荷重による Cable 張力. h_i : Z_A , Z_B の変位によりて生ずる Cable 付加張力. c : Tower の高さ.

たわみ形として、図 I の場合は.

$$\eta_1 = \Delta_1 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_2 = \Delta_2 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_3 = A_1 \sin \pi x / c,$$

$$\eta_4 = B_1 \sin \pi x / c, \quad \eta_5 = C_1 \sin \pi x / c \text{ とする} \Rightarrow \text{Boundary condition} \text{ は満足される}.$$

図 2 の場合は. $\eta_1 = \Delta_3 (1 - \sin \pi x / 2c)$, 以下同様である.

3) 固有振動の解析の基本式 [図 3]

T を運動エネルギーとすれば. Rayleigh-Ritz の方法より. ($T_{\text{cable}} + T_{\text{sf}} + T_{\text{tower}}$ $- V'_c - V'_f - V'_t$) を極値にすら条件によれば、振動モード. および. 振動数が求められる。上のように仮定した各モードに対する拘束条件として.

$$h'_2 - h'_1 = EI_x \eta'''_1 (x=0), \quad h'_2 - h'_3 = EI_x \eta'''_2 (x=0), \quad \Delta_1 = L_1 h'_1 / EA_c - 8f / l^2 \int_0^{L_1} \eta_3 dx$$

$$-\Delta_1 - \Delta_2 = L_0 h'_2 / EA_c - 8f / l^2 \int_0^{L_0} \eta_4 dx, \quad \Delta_2 = L_1 h'_3 / EA_c - 8f / l^2 \int_0^{L_1} \eta_5 dx$$

エネルギー式として.

$$T_f = 1/2 \cdot \omega^2 \left[\int_0^{L_1} w_3/g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^{L_0} w_4/g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{L_1} w_5/g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_c = 1/2 \cdot \omega^2 \left[\int_0^{L_0} w_c/g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^{L_1} w_c/g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{L_0} w_c/g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_t = 1/2 \cdot \omega^2 \left[\int_0^{L_1} w_t/g \cdot \eta_1^2 dx + \int_0^{L_0} w_t/g \cdot \eta_2^2 dx \right]$$

$$V'_c = -1/2 (H_w + h_1) \int_0^{L_1} B \eta_3'' dx - 1/2 (H_w + h_2) \int_0^{L_0} B \eta_4'' dx - 1/2 (H_w + h_3) \int_0^{L_1} B \eta_5'' dx$$

$$+ 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h'_1 \int_0^{L_1} \eta_3 dx + 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h'_2 \int_0^{L_0} \eta_4 dx + 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h'_3 \int_0^{L_1} \eta_5 dx$$

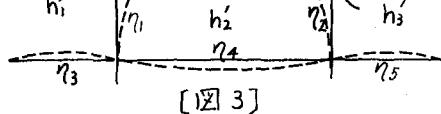
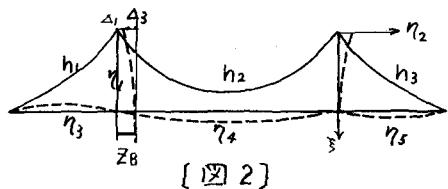
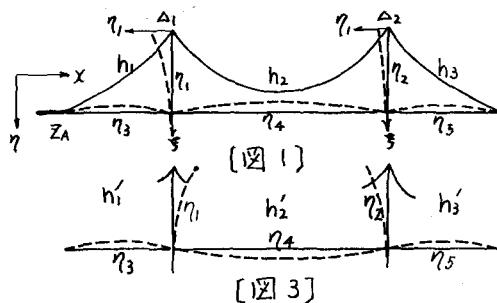
V'_f, V'_t は前述.

ただし. ω : 固有振動数, w_3, w_4, w_5, w_c : 補剛帯 (side span), 補剛帯 (main span) Tower, Cable (2本分) の単位長当たりの重量. h'_i ($i = 1, 2, 3$): 振動時に Cable に生ずる付加張力. また. たわみ式は. 図 I の場合と同じ.

3. 結論.

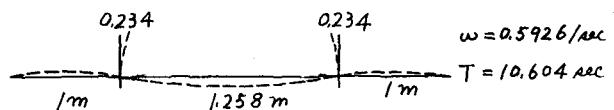
この研究は. 構造系の境界の変化が. 動力学的にどのように変わらるかを知るために行なったものであり. オークションとして. オークションモードのみを対象としたが. フリ橋のような構造では. 基礎部からの外力の伝達. すなはち. 地震時の挙動を解析する上で. 構造系の境界の変化は. 無視しないように思われる. 以上の考察より. 二・三の結論を求めれば次のようである。

固有振動周期は. Tower, Anchor の変位により. 9.45 sec ~ 12.35 sec の間で変動して. 特に. Tower 底の変位の場合よりも. Anchor が変位したときが. フリ橋の自由振動にあたえる影響が大であり. この計算では. 約 +20 ~ -10 % の振動数の変動が考えられる. 高次の固有振動周期についても. あるゆきをもつて. 固有振動周期が存在することが. 推定される. したがって. フリ橋が共振する外力の振動周期の範囲が. 拡大することになり. このことは. 地震設計に注意されねばならない問題であると考えられる。



[4-1]

$$h_1 = 0 \quad | \quad h_2 = 0 \quad | \quad h_3 = 0$$



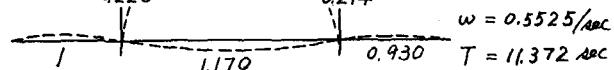
[4-2]

$$\begin{array}{c|c|c} 8025 & 6822 \text{ Ton} & 6568 \\ \hline Z_A = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



[4-3]

$$\begin{array}{c|c|c} -8025 & -6822 & -6568 \\ \hline Z_A = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



[4-4]

$$\begin{array}{c|c|c} 14593 & 13644 & 14593 \\ \hline Z_A = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



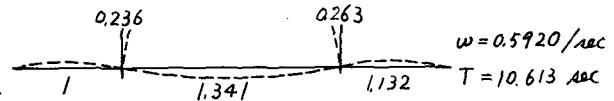
[4-5]

$$\begin{array}{c|c|c} -14593 & -13644 & -14593 \\ \hline Z_A = 2 & & \end{array}$$



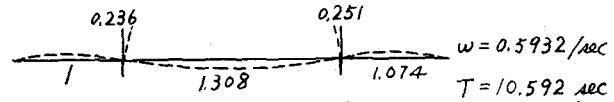
[4-6]

$$\begin{array}{c|c|c} 1457 & 0 & -1457 \\ \hline Z_A = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



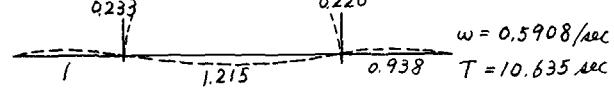
[4-7]

$$\begin{array}{c|c|c} 1206 & -267 & -251 \\ \hline Z_B = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



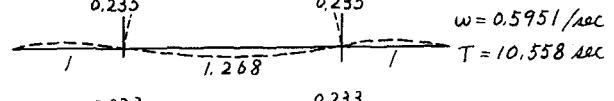
[4-8]

$$\begin{array}{c|c|c} -1206 & 267 & 251 \\ \hline Z_B = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



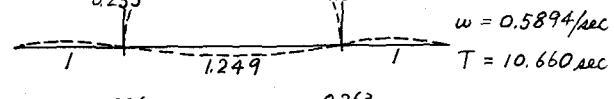
[4-9]

$$\begin{array}{c|c|c} 954 & -533 & 954 \\ \hline Z_B = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



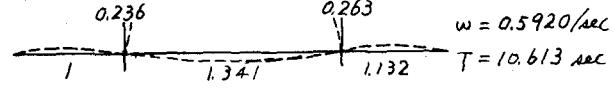
[4-10]

$$\begin{array}{c|c|c} -954 & 533 & -954 \\ \hline Z_B = 2 & & \end{array}$$



[4-11]

$$\begin{array}{c|c|c} 1457 & 0 & -1457 \\ \hline Z_B = 2 \text{ m} & & \end{array}$$



[図 4]

ただし、 h_1, h_2, h_3 は + が Tension