

IV-6

路外駐車場の容量決定に関する考察

京都大学工学部 正員 工博 米谷栄二

京都大学工学部 正員 工修 明神 証

1. まえがき

都心部や主要ターミナル駅付近における駐車需要の増大とともに路外駐車場整備の必要性はますます高まってきた。しかるに、これらの地区においては必要な用地の確保が容易でなく、しかも建設に要する資金はばく大な額となる。そこで将来の駐車需要をみだし、かつ建設費の償還という面からもっとも合理的な駐車場容量を決定することが必要になる。合理的な駐車場容量の決定は、待ち合せ理論の典型的な応用例として従来しばしば行なわれてきたが、その計算にはかなりの労力をともなうのが実情である。ここではこのような計算の手間をはぶくための数表を作ることを目的として、近似解法について考えてみた。

2. 従来の方法

サービス能力の等しい窓口がいくつか並列にあって、到着がポアソン分布、サービス時間が指数分布に従う場合、経済的に最適の窓口数(駐車場容量)は、よく知られているように

$$f(M) = \mu LGT - ME \quad (1)$$

ここに

M : 窓口数

L : ふさがっている窓口の平均数

G : 単位時間/台当り駐車料金

μ : 平均サービス率

T : 平均駐車時間

E : 建設費, 維持費あわせた単位時間/スペース当りの経費

を最大にするような M で与えられる。式(1)は M の関数であるが M は自然数であるから $\frac{df}{dM} = 0$ から最適の M を求めることは行なわず、一般に $f(M+1) - f(M) < 0$, $f(M) - f(M-1) > 0$ であるような M をもって最適の窓口数としている。このときは

$$\frac{E_M(\rho)}{E_{M+1}(\rho)} - \frac{E_{M-1}(\rho)}{E_M(\rho)} \approx \frac{E}{\rho G} \quad (2)$$

ここに

$\rho = \lambda / \mu$ λ : 平均到着率

$$E_M(\rho) = e^{-\rho} \sum_{n=0}^M \frac{\rho^n}{n!}$$

となるような M を求めなければならない。 $E_M(\rho)$ の値は $M=20$, $\rho=40$ 程度までは与えられている。 $M=175$, $\rho=130$, までの表も開発されている。しかし式(2)からわかるように、この計算は $e^{-\rho} \sum_{n=0}^M (\rho^n / n!)$ を含んでいるので ρ , M が大きくなると非常に厄介となる。

3. 近似計算

駐車場とかレストランの場合、客数が n である確率は次式で与えられる。

$$p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0 \quad 0 \leq n \leq M \quad (3)$$

ρ が大きくなるとポアソン分布は指数分布で十分近似できるから、 $\sum_{n=0}^M p_n = 1$ を考慮すると式(3)は

$$p_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot \frac{e^{-\rho}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{M+0.5-(\rho-\rho)^2} e^{-\frac{t^2}{2\rho}} dt} \quad (4)$$

となる。これから、ふさがっている窓口の平均数 $L = \sum_{n=0}^M n p_n$ は

$$L = \rho \frac{\Phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}})}{\Phi(z)} \quad (5)$$

$$\text{ただし} \quad \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad z = (M+0.5-\rho)/\sqrt{\rho}$$

したがって式(1)はつぎのようになる。

$$f(M) = \rho G \frac{\Phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}})}{\Phi(z)} - ME \quad (6)$$

いま M を連続変数とみなして式(6)の右辺を z で微分して 0 とおくと

$$\rho G \left[\frac{\phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}})}{\Phi(z)} - \frac{\Phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}}) \phi(z)}{\{\Phi(z)\}^2} \right] - \sqrt{\rho} E = 0$$

すなわち

$$\left[\frac{\phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}})}{\Phi(z)} - \frac{\Phi(z - \frac{1}{\sqrt{\rho}}) \cdot \phi(z)}{\{\Phi(z)\}^2} \right] = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{E}{G} \quad (7)$$

$$\text{ただし} \quad \phi(z) = \frac{d\Phi}{dz} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

式(7)を満足する z を求めて、この z から M を逆算しそれにもっとも近い整数値を求めればそれが最適解を与える。

4. 数表の作成

$\Phi(z)$ および $\phi(z)$ の値は、手計算による場合はすでに開発されている数値表から、計算機による場合には備えつけのサブルーチンを利用して簡単に求められるので、 ρ と E/G の値に対して式(7)から間接的に M を計算することができる。この数表は ρ と E/G の値の組み合わせの数が多くなるほど大きなものとなるが、たとえば、 ρ を 5 おきに与えこれと E/G とを組み合わせることによってある程度縮小することが可能である。実用的には $\rho \geq 50$ で 5 おきに、 E/G は 0.10 から 0.01 きざみに 0.89 までで十分である。この数表の利点は、2. のべた作成のための計算量の節約ということの他に数表利用の際一見して大略の最適解を見出せることにある。