II—21　半截楕円形湾の副振動について

神戸大学工学部　正員　杉本修一

港湾を計画するとき，その湾内に生ずる副振動は船舶が停泊する場合に考慮さるべき重要な問題の一つである。場合によっては，たとえ，水深は深くても，副振動のために停泊することを断念せざるをえないときが生ずることが考えられる。

このような湾内の副振動に関する問題は，長方形および扇形の湾内については論ぜられているので，筆者もう少し実際に近い半截楕円形湾内の副振動について，湾口に防波堤のない場合に関して簡単な計算を試みたので報告する。

計算を進めるにあたってつぎの假定を置く

a. 水の粘性および圧縮性は省略する。

b. 海岸線は一直線に左右無限遠方まで延びている。

c. 入射波は一定周期の微小振幅波で海岸線に向って直角に進んで来る。

d. 海岸線および港の境界線では完全に反射する。

e. 湾内の水深 (d) は一定である。

以上のように假定すると速度ポテンシアル Φ の存在は明らかであるから

$$\nabla^2 \Phi = 0 . \tag{1}$$

表面波の条件を満足する解として

$$\Phi = \phi \cosh k(z+d) \cdot e^{i\sigma t} . \tag{2}$$

長波については

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = gd \, \nabla^2 \zeta . \tag{3}$$

上式を満足する解として

$$\zeta = \phi \cdot e^{i\sigma t} . \tag{4}$$

式(4)を式(3)に代入すれば

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\sigma^2}{gd} \phi = 0 . \tag{5}$$

楕円坐標　$x + iy = c\cosh(\xi + i\eta)$,　$x = c\cosh\xi\cos\eta$, $y = c\sinh\xi\sin\eta$. (6)

を用いて変換すれば

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\sigma^2 c^2}{2gd}(\cosh 2\xi - \cos 2\eta)\phi = 0 . \tag{7}$$

if,

$$\phi = F(\xi) \cdot G(\eta) \tag{8}$$

and,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{湾内海岸に沿って} & \dfrac{\partial \phi}{\partial n} = 0 . \\ \text{湾口の楕円長軸上においては} & \dfrac{\partial \phi}{\partial y} = K = \text{cost.} \end{array} \right\} \tag{9}$$

ならば 式(9)の条件を満足する式は

$$F(\xi) = \frac{K}{2\xi_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{(2m+1)\pi} \sin \frac{(2m+1)\pi}{2\xi_0} \xi \quad . \tag{10}$$

$$G(\eta) = K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \sin(2n+1)\eta \quad . \tag{11}$$

で与えられる。

そこで 式(10)および(11)を 式(8)に代入して更に 式(7)に代入して積分すれば

$$\iint \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\sigma^2 c^2}{2gd} (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) \psi \right] d\xi \, d\eta = 0 \quad . \tag{12}$$

を得る。この式より

$$\frac{\sigma^2 c^2}{2gd} = \frac{A+B}{C} \quad . \tag{13}$$

茲に、

$$A = \iint \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \right] d\xi \, d\eta \quad . \tag{14}$$

$$B = \iint \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right] d\xi \, d\eta \quad . \tag{15}$$

$$C = \iint \left[(\mathrm{ch}\, 2\xi - \cos 2\eta) \psi \right] d\xi \, d\eta \quad . \tag{16}$$

を得る。