

II-4

土砂輸送パイプの抵抗法則について

京大工業教員養成所 正員 大同 淳之
神戸市立六甲工高専 正員 〇 日下部重幸

1. はしがき この研究は、円管内を流れる泥流の損失水頭を、非ニュートン流体の法則を用いて整理し、非ニュートン流体の乱流の摩擦係数が、層流についてみかけの広義の Reynolds 数によって十分表しうることを確認するとともに、みかけの限界 Reynolds 数の値、粗面の抵抗係数について考察したものである。

2 実験方法 実験に用いたパイプは、透明の硬質ビニール管で、管径は直交 2.715 cm と 4.09 cm の二種、泥流の作製に用いた粘土は、表 1 に示す性質のものである。

3. 滑面乱流の抵抗法則

(i) Bingham 流体 この流体の流動式は

$$-du/dr = \tau - \tau_0 / \mu_B \quad (1)$$

ここに、 du/dr はずり速度、 τ はせん断応力、 τ_0 はせん断降伏

値、 μ_B は塑性粘度である。定常流のとき $\tau_0 = R \cdot \Delta p / 2L$ (2) より平均流速 U_m は

$$U_m = \frac{2\pi \int_0^R u r dr + \pi \tau_0^2 U_0}{\pi R^2} = \frac{R \tau_0}{\mu_B} \alpha, \quad \alpha = \frac{a^4 - 4a + 3}{12a} \quad (3)$$

ここに、 R は管の半径、 $\Delta p/L$ は単位長さ当りの圧力降下、 a は τ/τ_0 、 r' は r/R 、 η は τ_0 の生じる r の値、 U_0 は η における流速で、 $U_0 = R \tau_0 \beta / \mu_B$ 、 $\beta = (1-a)^2 / 2a$ 、である。(2)、(4)式より、層流の圧力降下は

$$\Delta p/L = 8 U_m (\mu_B / 4a\alpha) / R^2 \quad (4)$$

として求まる。(4)式でみかけの粘度 μ_a と、 $\mu_a = \mu_B / 4a\alpha$ とおくと、Hagen-Poiseuille の式となる。さて、乱流の場合には、ニュートン流体と同様、Reynolds 応力が存在するものとする。塑性粘度に滑動粘性が加わる。しかし摩擦抵抗 f と Re の関係には、ニュートン流体でもそうであったように、層流のときの μ_B 、 τ_0 がそのまる Reynolds 数の計算に使えるものとする。そこで、層流のときの Reynolds 数を求める。非ニュートン流体の損失水頭を

$$h_f/L = f_B U^2 / D \cdot 2g, \quad U^2 = \frac{\pi}{\pi R^2} \int_0^R u^2 r dr = U_m^2 F(a)$$

$$\text{として } f_B = \frac{h_f}{L} \frac{D \cdot 2g}{U_m^2 F(a)}, \quad F(a) = \frac{9}{5} \frac{(5+6a-11a^2)}{(3+2a+a^2)^2} \approx 1-a \quad (5)$$

とする。この f_B が、 $f_B = 64/Re$ の関係になるよう (4)式を用いて Re を求めると、

$$Re_B = \frac{\rho D U_m F(a) 4a\alpha}{\mu_B} \quad (6)$$

とする。(6)式は $a=1$ のとき $Re = \rho D U_m / \mu$ となる。(6)式を広義の Reynolds 数と呼ぶ。

みかけの層流 (非ニュートン流体の抵抗法則が、広義の Reynolds 数を用いたとき、ニュートン流体の層流、乱流域で同じ抵抗法則にしたがうことから、それぞれみかけの層流、乱流と呼ぶことにする) の領域で得られた τ_0 、 μ_B の値を用いて全資料を整理すると、図 1 のように、従来ニュートン流体で得られている $f-Re$ 図と全く同じように、広義の Reynolds

数がほぼ 2400 を境として、二つの直線状に分れる。図中の直線は、層流域については $f = 64/Re$ 、乱流域については 清水で得たこの実験管路の抵抗式 $1/\sqrt{f} = 2.03 \log_{10} Re \sqrt{f} - 0.07$ を示したものの f_B である。みかけの層流が $f = 64/Re$ よりずれるのは、この管路が清水のとき $f = 64/Re$ の関係になかったものと推察される。以上の結果、Reynolds 数の算定には層流のときの μ_B , T_B と乱流に対して用いてよい。また抵抗法則も図 2 のように、 $1/\sqrt{f_B} = A \log_{10} Re \sqrt{f_B} + B$ の形で表され、 A, B の値は清水のときと同様に $A = 2.03$, $B = -0.07$ である。 -0.07 はこの管路固有の値であるから、一般には -0.08 としてよいだろう。 $A = 2.03$ は $K = 0.4$ から得られたもので、土砂流では K が小さくなるといわれているが、ここでは Reynolds 数を変化させて、 K は 0.4 に保ったことになる。みかけの層流と乱流の限界 Reynolds 数は 2400 とする。

(ii) 擬塑性流体 $-du/dr = \tau^n/\mu_p$ (8)

ここに n は構造指数、 μ_p は擬塑性粘度で、さきと同様

$$f_p = \frac{16}{L} \frac{D \cdot 29}{u_m^2 F(n)} \quad F(n) = \frac{3}{4} \frac{n+3}{n+2} \quad (9)$$

$$Re_p = \frac{6 \rho (n+3)^{1-\frac{1}{n}} u_m^{2-\frac{1}{n}}}{2^{\frac{1}{n}} \mu_p^{\frac{1}{n}} (n+2)} \quad (10)$$

となる。この場合も層流のときの n , μ_p で乱流の f を定めることができる。(図 3)。限界 Reynolds 数はやはり 2400 である。

4. 粗面の抵抗法則

管の内側に砂をはりつけて粗面とし、非ニュートン流体における粗面抵抗をしらべた。砂をはりつけた場合の管径 D は、清水について管内の流速分布を測定し、 u と $\log y$ の関係の直線の勾配から、 $K = 0.4$ として u_* を求め、 $u_* = \sqrt{R \cdot 4\rho/2L\rho}$ の関係を用いて、半径 R を求めた。 R の値は、 $u_m/u_* = 5.75 \log D/2R + 4.73$ より求めた。実験結果の一例を図 1 に示す。実験値が小さいので確定的な事はいえないが、みかけの層流内では粗面の影響は表れず $f_B = 64/Re_B$ にしたがう。乱流域では非ニュートン流体でも、Reynolds 数に無関係に D/κ の値だけで f の値がきまりそうである。

この研究にあたって御指導と頂きました京大防災研究所矢野教授ならびに京大工業放員養成所久保田教授に厚く感謝の意を表するとともに、研究の一部に昭和 39 年度試験研究費の補助を受けたことに対して厚く御礼申し上げます。

参考文献) 富田幸雄、非ニュートン流体の工学的取扱い 日本機械学会誌 昭 35. 12

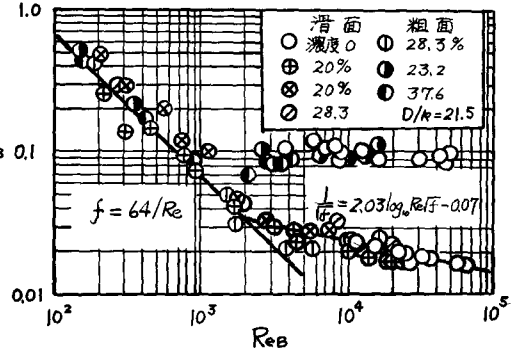


図 1 Bingham 流体の f_B と Re_B の関係

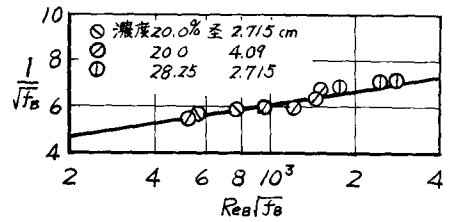


図 2 Bingham 流体の $1/\sqrt{f_B}$ と $Re \sqrt{f_B}$ の関係

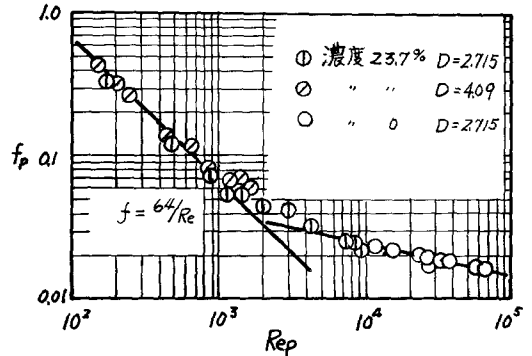


図 3 擬塑性流体の f_p と Re_p の関係