

II-2

動水圧の一近似公式(補遺)

神戸大学工学部 正量 中中元弘
西宮市役所 正量 ○鶴田勝利

高さが 100 m の鉛直壁に地盤運動を受けた場合と併し、この自身および動水圧について共振現象が生じ、この共振の振幅は地盤運動の振幅の 2 倍である。これが予想される。¹⁾ 筆者の一人はこのようの場合を対象として、剛体の基礎を中心とした回転運動による場合の動水圧と、Westergaard 式の近似式を導いた時の同様の条件を求めたところである。²⁾ したがってこの場合の近似式の動水圧分布は、やはり波物線と近似しており、前報³⁾における諸量の基礎となる定常解の動水圧分布にはこれを用いる。このため今回、まず定常動水圧について述べ、ついで最初初期の過渡動水圧の理論解を求め、2 次方程式を簡易化した近似解について試みた若干の数値計算の結果について報告する。

1. 刚体が回転運動による場合の定常動水圧

この場合の種別動水圧は次のようになる。

$$P = \frac{8 \times 10^6 h}{\pi^2} \left\{ \sum_{n=1,3,5,7}^{\infty} \frac{1}{n^3 C_n} \sin \frac{n\pi}{2h} y \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,7}^{\infty} \frac{(-1)^{(n+1)/2}}{n^3 C_n} \sin \frac{n\pi}{2h} y \right\} \quad \dots \dots (1)$$

また、水深 h の大小によらず種別動水圧分布がどうなるかを調べてみると、 $T = 1 \text{ sec}$ の場合の計算例を示す(図-1)。また、地盤周期 $T = 4/3 \text{ sec}$ の場合の計算例を示す(図-2)。また T に対する動水圧分布の変化の一例($h = 100 \text{ m}$)を示す(図-3)。二つとも

によると、動水圧分布は波物線とはかけ離れておりながら、丁度動水圧の共振周期($h = 100 \text{ m} \approx 0.278 \text{ sec}$)に近くなければその分布形はほぼ同一である。丁度震動水圧分布形が著しく変化するところがある。

図-3 は $h = 100 \text{ m}$ の場合につき T に対する全動水圧および作用位置がどのように変化するかを示したもので、やはり動水圧の共振現象の影響が著しい。これは図-1～3 に示す特徴の丁度同じくに対するものであるが、上記の傾向は一般的の場合にも同じものである。図-4 は剛体が回転運動による場合の近似公式を求める際、これを用いて全動水圧、理論二乗と前二者の平均的性質と対象となる場合の各式²⁾

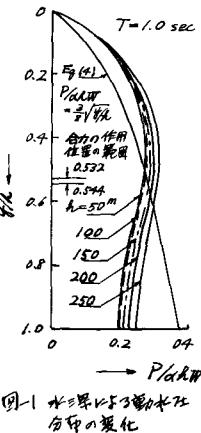


図-1 水深による動水圧分布の変化

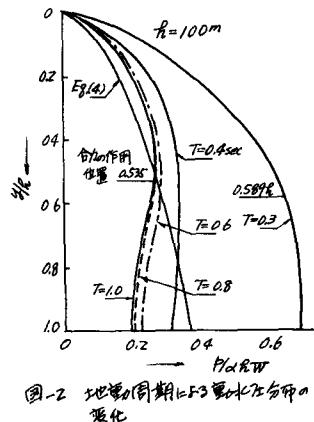


図-2 地盤周期による動水圧分布の変化

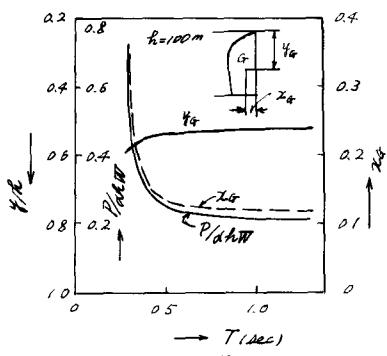


図-3 地盤周期による全動水圧、作用位置の変化

$$p = \frac{283^2}{8} \alpha W \sqrt{Rg} \quad \dots \dots (2),$$

$$p = \frac{3.264}{8} \alpha W \sqrt{Rg} \quad \dots \dots (3),$$

$$p = \frac{3}{8} \alpha W \sqrt{Rg} \quad \dots \dots (4).$$

Westergaard の近似動水圧 $p = (3/8) \alpha W \sqrt{Rg}$ と比較してみると次の如き。

2. 周壁が回転運動をする場合の過渡動水圧

水深 h , 幅 l の矩形貯水池において、左の両端の周壁が突然 ($U - \theta$) rad/sec で回転運動をする場合を考えれば、瞬間動水圧 p は次のようになる。 $\theta = \pi/2 \approx 3^\circ$

$$p = -\frac{4 U \omega^2 W}{\pi g} \sin \omega t \sum_{n=1,3,5, \dots}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ 1 + \frac{2}{n\pi} (-1)^{(n+1)/2} \right\} \sin \frac{n\pi}{2h} y \sin \frac{n\pi}{l} \tanh \frac{n\pi l}{2h}$$

$$+ \frac{16 U \omega^2 W}{\pi^2 g l} \sum_{m=1,3,5, \dots}^{\infty} \frac{1 + \frac{2}{m\pi} (-1)^{(m+1)/2}}{\alpha_n^2 \cdot n \left\{ \frac{m^2}{l^2} + \frac{n^2}{4h^2} C_m^2 \right\}} \sqrt{\frac{m^2 + n^2}{l^2 + 4h^2}} \sin \frac{n\pi}{2h} y \sin \cot \sqrt{\frac{m^2 + n^2}{l^2 + 4h^2}} t \quad \dots \dots (5)$$

以上式で横軸の $l = \infty$ とすれば第2項は 0 となり式(1)式と形式上一致する。 $h = 0$ で $l = \infty$ が十分な場合は式(5)式の強制動水圧項(第1項)で $l = \infty \approx h$ 、自由動水圧項(第2項)で $(m/l)^2 = 0$ となるのである。工学的には十分の精度が得られるものと考えられる。

$l \ll h \ll \infty$ の場合の動水圧は近似的に、

$$p = \frac{256 d W h^3}{C^2 C L T} \sum_{m=1,3,5, \dots}^{\infty} \frac{1}{n^4 C_n} \left\{ 1 + \frac{2}{n\pi} (-1)^{(m+1)/2} \right\} \sin \frac{n\pi}{2h} y \sin \frac{C_m \pi}{2h} t \quad \dots \dots (6)$$

と表せる。 $\theta = \pi/2 \approx 3^\circ$ 。

1例として、 $h = 100m$, $l = 1000m$, $T = 0.3sec$ の場合の堤軸における過渡動水圧の時間的変化を示すと図-5 のようである。全動水圧の最大値は $t = 0.4sec$ 附近で生じ、そのときの動水圧分布は図-6 のようである。この例では完全過渡動水圧は定常全動水圧よりも少く約 60 % である。

次に $T = 1.0sec$ の場合の計算例は 103 % である。

おわり

動水圧の問題は本来固体の弾性振動と動水圧との連成振動であり取り扱うのが大変であるが、今日の実施設計には Westergaard の近似公式が通用されてるが理屈を考へ、本文ではこの点についても詳しく述べて Westergaard の算式の有する幾多の不備の点の他に工事におけるべき問題を有するところを述べておきたい。

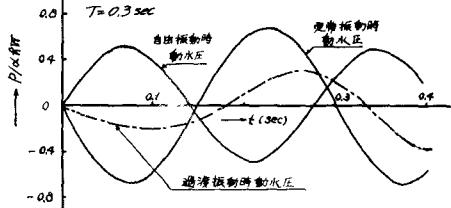


図-5 堤軸における過渡動水圧

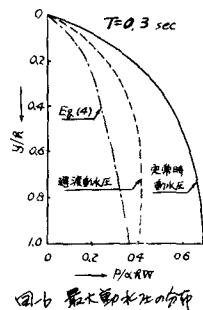


図-6 最大動水圧の分布

- 1) 参照: 防災研究年報, 第2号, 昭和33.12,
2) 参照: 建設工学研究所報告, 第2号, 昭和36.3,
3) 参照: 建設工学研究所報告, 第7号, 昭和39.11(刊行予定)。