Ⅱ—1　そ上する砂堆の発生機構について

神戸大学　正員　松梨順三郎

よく知られているように，流れによる開水路移動床の変形は，現象過程別にのべると，平面河床第Ⅰ，同第Ⅱ（限界掃流状態），同第Ⅲ（Smooth bed），砂漣河床，砂堆河床，平滑河床（Flat smooth bed），そ上砂堆河床となる。本年5月の土木学会第19回年次学会では，平滑河床およびそ上砂堆河床について，現象特性の観察結果をのべるとともに，それぞれの状態における水流の抵抗法則と流砂量公式を提案した[1]。また著者はすでに砂漣およびそ上砂堆の発生限界について，微小振動の理論により，その一般理論を発表した[2]。ここでは平滑河床の状態における水流の抵抗法則を上述の一般理論に適用することにより，そ上砂堆の発生限界を理論的に求めようとした一つの試みについてその大要をのべる。

1. 移動床の不安定性に関する一般理論の要点[2]　流れの基礎方程式は，運動方程式 $\partial(U_m h)/\partial t+\partial(\alpha_m U_m^2 h)/\partial x=-U_*^2+gh(J_0-\partial\eta/\partial x\cdot\cos\alpha)-gh\cos\alpha\cdot\partial h/\partial x$，連続式 $\partial h/\partial t+\partial(U_m h)/\partial x=0$，流砂の運動方程式 $q_B=k(\tau-\tau_c)^{\omega}$，流砂の連続式 $\partial\eta/\partial t+1/(1-\varepsilon)\cdot\partial q_B/\partial x=0$ とし，$U_m=U_{m0}+U_m'$，$h=h_0+h'-\eta'$，$\eta=\eta_0+\eta'$，$q_B=q_{B0}+q_B'$ として基礎方程式を線型化し，U_m'，h'，q_B' を消去すると，

$$\frac{\partial^3\eta'}{\partial t^3}+P\frac{\partial^3\eta'}{\partial t^2\partial x}+Q\frac{\partial^3\eta'}{\partial t\partial x^2}+R\frac{\partial^3\eta'}{\partial x^3}+M\frac{\partial^2\eta'}{\partial t^2}+N\frac{\partial^2\eta'}{\partial t\partial x}=0 \qquad (1)$$

をうる。ここに，$P=2\alpha_m U_{m0}$，$Q=\alpha_m U_{m0}^2-gh_0\cos\alpha-\varphi\cdot\partial\tau_0/\partial U_{m0}$，$R=-\varphi(\partial\tau_0/\partial U_{m0}\cdot U_{m0}-\partial\tau_0/\partial h_0\cdot h_0)$ $M=1/\rho h_0\cdot\partial\tau_0/\partial U_{m0}$，$N=-1/\rho\cdot\partial\tau_0/\partial h_0+gJ_0+U_{m0}/\rho h_0\cdot\partial\tau_0/\partial U_{m0}$，$\varphi=gk\omega(\tau_0-\tau_c)^{\omega-1}/(1-\varepsilon)$，とする。砂面の微小変動をあらわす基礎方程式(1)の特解として，$\eta'=Ae^{\gamma t+i\beta x}$，ただし $\gamma=b-ic$，を与えると，その微小振動の発達，減衰，および伝播方向に関係する量として，それぞれ三仏の量 b_1，b_2，b_3，および c_1，c_2，c_3 がきまる。三仏の b の値が共に負である領域を砂面の安定領域，そのいずれかが0である領域を中立の安定領域と定義すると，

$$\left.\begin{array}{l}\xi(\sigma+\zeta\beta^2)>0\\ \delta>0\\ M>0\end{array}\right\}\text{安定}，\quad \left.\begin{array}{l}\xi(\sigma+\zeta\beta^2)=0\\ \delta>0\\ M>0\end{array}\right\}\text{および}\quad \left.\begin{array}{l}\xi(\sigma+\zeta\beta^2)>0\\ \delta=0\\ M>0\end{array}\right\}\text{中立の安定}$$

となる。ここに，$\xi=RM^2(-RM^3+NM^2Q-N^2MP+N^3)$，$\zeta=M\{M^3(-15R^2+4RQP-Q^3)+M^2(9RQN-4NRP^2+NPQ^2)+M(-3PRN^2-N^2Q^2)+6N^3R\}$，$\sigma=-M^2N^2(N^2-MNP+M^2Q)$，$\delta=-Q+(P-N/M)\cdot N/M$ である。

2　そ上砂堆河床の発生限界　　平滑河床の状態における水流の抵抗法則および流砂量公式として，

$$\frac{U_{m0}}{U_*}-11.50\log\frac{U_{m0}}{U_*}=1.81+5.75\log\Psi+11.85\log F_r \quad (2) \qquad \Phi=5.4R_*^{0.38}(\Psi-\Psi_c)^{2.23} \quad (3)$$

を適用した[1]。式(2)および(3)によって関係量 ξ，σ，ζ，δ，M の符号特性を一般的に解析すればよいわけであるが，計算が非常に繁雑になるので，ここでは最初の取り扱いとしてつぎに示すような(a)，(b)の順序で計算を進めることにした。すなわち，(a)では，前項で示

すように砂面の安定領域は三組の不等式の符号特性によって規定されるわけであるが，これらのうち支配的な不等式の組があるかどうかを試算的に検討した。(b)では(a)の結果にもとづいて一般的に解析を試みた。

(a) 支配的條件式をきめるための一試算　G．K．Gilbert の実験砂Bを用いると，$d_{50}=0.375^{mm}$，$\gamma_s=2.69$，$\psi_c=0.0447$，$R_*=29.6$，$k=5.4R_*^{0.38}\{gd_{50}^3(\gamma_s-1)\}^{1/2}/\{\rho g d_{50}(\gamma_s-1)\}^{2.23}$ となり，P，Q，R，M，N は，

$$\left.\begin{aligned}
P &= 2.20\,U_{m0}\\
Q &= 1.10\,U_{m0}^2-980h_0-2.28(U_{m0}/F^2)(1-10.14/F)\{(U_{m0}/F)^2-2.78\}^{1.23}\\
R &= -1.14\,(U_{m0}/F)^2\{(U_{m0}/F)^2-2.78\}^{1.23}(2-25.43/F)\\
M &= (2U_{m0}/F^2h_0)(1-10.14/F)\\
N &= (1/h_0)(U_{m0}/F)^2(3-25.43/F)
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

となる。ここに，$F=23.35\log U_{m0}-11.85\log\sqrt{h_0}-26.22$ となり，いずれも U_{m0}, h_0 の関数となる。したがって，ξ，α，ζ，δ のいずれも U_{m0}，h_0 の関数となる。$h_0=3.5^{cm}$, 5.0^{cm}, 7.5^{cm}, 12.5^{cm}, $U_{m0}=45\sim120\ cm/s$ について ξ，δ，α，ζ，M の値を計算し，それぞれの符号特性を検討して，砂面の安定領域を求めると，

$h_0=3.5^{cm}$，5.0^{cm} ……………… 不安定
$h_0=7.5^{cm}$ では，$U_{m0}>95^{cm/s}$ ｝安定
$h_0=12.5^{cm}$ では，$U_{m0}>90^{cm/s}$ ｝安定　(5)

という結果をうるとともに，計算の範囲内では，$\delta>0$ の領域は常に $\xi(\alpha+\zeta\beta^2)>0$，$M>0$ であることがわかった．すなわち砂面の安定領域を規定する支配的條件式は $\delta>0$ であると考えてよいようである。

(b) さ上砂堆の発生限界を示す條件　(a)でのべた試算の結果を参照し，ここでは條件式 $\delta>0$ を砂面の安定領域を規定する支配的條件式とみなして，その領域を U_{m0}/U_*，F_r，R_* で示すと，

$$F_r^2\left\{(\alpha_m-1)aX'(aX'+2-2Y')-(Y'-1)^2+\frac{12.0}{(1-\varepsilon)(\gamma_s-1)}R_*^{0.38}X'^3\frac{(\psi-\psi_c)^{1.23}}{\psi^{1/2}}\right\}+X'^2a^2>0 \qquad (6)$$

となる。ここに，$X'=(-1+10.14a^{-1})/(-a/2+0.005)$，$Y'=-2.58/(-a/2+0.005)$，$a=U_{m0}/U_*$，$R_*=\{gd_{50}^3(\gamma_s-1)\}^{1/2}/\nu$，$\psi=U_*^2/gd_{50}(\gamma_s-1)$，$\psi_c=U_{*c}^2/gd_{50}(\gamma_s-1)$，$\varepsilon$，$\gamma_s$ はそれぞれ底質の空隙率および砂の比重である。砂面の安定領域では水流の抵抗法則(2)式が成立するから，これを(6)式に代入し，F_r を消去すると，

$$10^{(-1.81+a-5.75\log a^2\psi)/5.93}\left\{(\alpha_m-1)aX'(aX'+2-2Y')-(Y'-1)^2+\frac{12.0}{(1-\varepsilon)(\gamma_s-1)}R_*^{0.38}X'^3\frac{(\psi-\psi_c)^{1.23}}{\psi^{1/2}}\right\}+X'^2a^2>0 \qquad (7)$$

となる。ψ_c は R_* の関数であるから，ε，γ_s，α_m を一定とすると，砂面の安定領域を示す限界，すなわちさ上砂堆の発生限界を示す限界は三つの無次元量 U_{m0}/U_*，ψ，R_* によって与えられることがわかる。(7)式によって与えられる関係図については講演時に発表する。

参考文献

1) 松梨順三郎，さ上する砂堆河床について，第19回年次学術講演会講演概要，土木学会，1964年5月.
2) 松梨順三郎，開水路における移動床の不安定性について，土木学会論文集第51号