

京都大学工学部	正員	後藤尚男
京都大学大学院	学生員	土岐憲三
京都大学大学院	学生員	○横山康夫

1. まえがき

著者らはこれまで水中橋脚に働く地震時の動水圧およびその耐震性に関する一連の研究を進めてきたが、それらはいずれも橋脚が下端で地盤に完全固定された場合を対象としたものであった。しかしながら基礎地盤を剛体とみなし得ない場合には橋脚の動揺振動が生ずるので、これが水中橋脚の振動性状に及ぼす影響を検討する必要がある。そこでこの研究では、水中橋脚は弾性地盤に支持されており、その根入れ区間に働くと仮定した水平および鉛直方向の地盤反力係数をそれぞればね定数に換算して、水平変位と重心のまわりの回転角との2自由度からなる振動系と考えて、水中橋脚に関する連成動揺振動の理論的解析を行なった。

2. 円柱状水中橋脚の定常強制振動

図-1に示すように、橋脚を等断面の円柱と仮定し、橋脚の重心を G として水平方向の変位を y 、重心を通り振動面に垂直な軸のまわりの回転角を φ とする。しかしてすでに知られているように、橋脚の並進と回転のそれぞれに抵抗する基礎地盤の並進および動揺のばね定数 k_R 、 k_φ はつぎのように表わせる。

$$k_R = A K_R \quad k_\varphi = I K_\varphi$$

ここに、 K_R 、 K_φ ：水平・上下各方向の地盤反力係数

I 、 A ：橋脚底面の断面2次モーメントおよび断面積。

いま外力として水平方向の力 $P(t)$ および G のまわりのモーメント $M(t)$ が作用するときの橋脚の強制振動の運動方程式はd'Alembertの原理を適用すればつぎのように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \frac{W}{g} \ddot{y} + k_R(y - l\varphi) - \int_0^R p_y dz &= P(t) \\ J_G \ddot{\varphi} - k_R l(y - l\varphi) + k_\varphi \varphi - W l \varphi - \int_0^R p_y(z - l + d) dz &= M(t) \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 W ：橋脚の全重量、 J_G ：重心軸に関する橋脚の慣性モーメント、 g ：重力の加速度、 l ：水深、 d ：根入れ深さ、 $2l$ ：円柱の全長、 p_y ：円柱の単位長さ当りに作用する動水圧。

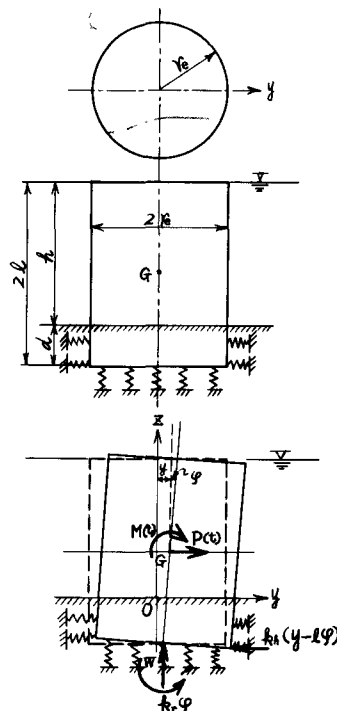


図-1 弾性基礎上の剛な水中橋脚モデル

外力として水平地動 $e(t)$ が円柱に作用する場合には、

$$P(t) = R_A \cdot e(t), \quad M(t) = -R_A \cdot l \cdot e(t) \quad (2)$$

で与えられる。定常強制振動においては、円柱の水平変位 y および回転角 φ は地動と同一の振動数をもつとみなしてよいから、水平地動を簡単に、

$$e(t) = -e_0 \cdot i e^{i\omega t} \quad (\text{ただし, } e_0: \text{振幅, } \omega: \text{地動の円振動数。}) \quad (3)$$

で表わせば、 $y = -y_0 \cdot i e^{i\omega t}$, $\varphi = -\varphi_0 \cdot i e^{i\omega t}$ (4)
と書ける。また動水圧 p_y は水の圧縮性と表面波の影響を無視すれば次式で示される。

$$p_y = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\omega^2 \bar{\nu}_w \pi r_e}{g \alpha_m R_A} \cdot \frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e) + K_2(\alpha_m r_e)} \int_0^R Y \cos \alpha_m z dz \cdot \cos \alpha_m z \cdot i e^{i\omega t}$$

上式は並進運動に対して得られた動水圧式であるが、変数 Y は橋脚の変位を表わすものであり、動揺振動の場合には $Y = y_0 + \varphi_0(z-l+d)$ なる関係があるから、結局動水圧 p_y は次式のように表わされる。

$$p_y = -4 \frac{\bar{\nu}_w}{g} A \cdot \omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m r_e} \frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e) + K_2(\alpha_m r_e)} \left[\int_0^R \{y_0 + \varphi_0(z-l+d)\} \cos \alpha_m z dz \right] \cdot \cos \alpha_m z \cdot i e^{i\omega t} \quad (5)$$

ここに、 $\bar{\nu}_w$: 水の単位体積重量, r_e : 円柱の半径, z : 水底からの高さ, K_n : 変形ベッセル関数, $\alpha_m = (2m-1)\pi/2R$, m : 正整数。

式(2),(3),(4),(5)を式(1)に代入して得られる y_0 と φ_0 に関する連立1次方程式を解き、簡単な形に整理すると定常状態の理論解はつきのように書き表わせる。

$$y_0 = e_0 \frac{R_A (C_2 l - C_3)}{(C_2)^2 - C_1 C_3}, \quad \varphi_0 = e_0 \frac{R_A (C_1 l - C_2)}{(C_2)^2 - C_1 C_3}$$

$$\text{ここに, } C_1 = R_A - \omega^2 \left\{ \frac{16}{\pi} \frac{\bar{\nu}_w}{g} R_A r_e^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \frac{1}{\alpha_m r_e} \frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e) + K_2(\alpha_m r_e)} + \frac{W}{g} \right\}$$

$$C_2 = R_A l + \omega^2 \frac{16}{\pi} \frac{\bar{\nu}_w}{g} R_A r_e^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \left\{ l - \frac{2(-1)^{m-1}}{(2m-1)\pi} R_A \right\} \frac{1}{\alpha_m r_e} \frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e) + K_2(\alpha_m r_e)}$$

$$C_3 = R_A + R_A l^2 - Wl - \omega^2 \left\{ \frac{16}{\pi} \frac{\bar{\nu}_w}{g} R_A r_e^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \left\{ l - \frac{2(-1)^{m-1}}{(2m-1)\pi} R_A \right\}^2 \frac{1}{\alpha_m r_e} \frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e) + K_2(\alpha_m r_e)} + J_B \right\}$$

ここで求めた y_0 と φ_0 を式(5)に代入すれば、円柱に作用する動水圧が求められる。また上の解の分母はともに ω の4次式で表わされ、 $(C_2)^2 - C_1 C_3 = 0$ のときに共振現象が起る。すなわち、この式 $(C_2)^2 - C_1 C_3 = 0$ の2根 ω_L, ω_H がこの系の連成固有振動数を与えることはいうまでもない。

3. 実橋脚についての数値計算例

水中橋脚の動揺振動についての解析結果を、明石海峡連絡橋計画案の直径75m、水深50mの円形橋脚に適用し、地盤反力係数の異なる場合についての数値計算を実施中であるが、その結果および考察については講演時に述べる。

1) 土木学会論文集第100号(昭和38.12), p.3, 式(9)参照。