

I-3

箱桁の座屈に関する一研究

京大工教養 正員 米沢 博

〇三上 市蔵

桁橋構造において腹板の座屈に関しては非常に多くの研究が行われてきた。これらの研究はフランジと補剛材でこまれた部分の腹板のみの座屈を扱ったものが大部分である。いわゆるプレートガーダーにおいてはこのような腹板のみの局部的座屈も重要な対象となるであろう。しかし箱桁構造においては鋼床板の上フランジ、補剛材を有する両側の腹板および下フランジ等で一体となって箱断面を形成しており、床板あるいは腹板のみの等厚薄板としての局部座屈より、箱断面全体の座屈が重要なものとなるであろう。ここではこのような断面全体にわたる座屈について考えることにする。

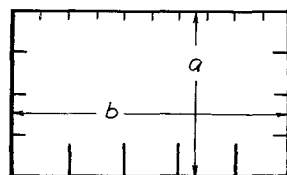


図-1

箱桁は図-1に示すように上フランジ、腹板および下フランジの3種類の直交異方性板で構成されているものとし、さらに適当な間隔に隔板あるいはラーメンが挿入されているとして、その間隔 l の向で座屈するとする。

図-2に示すように純曲げを受ける場合を考え、上フランジの鋼床板および腹板の剛度をそれぞれ (D_{x2}, H_2, D_{y2}) , (D_{x1}, H_1, D_{y1}) とする。

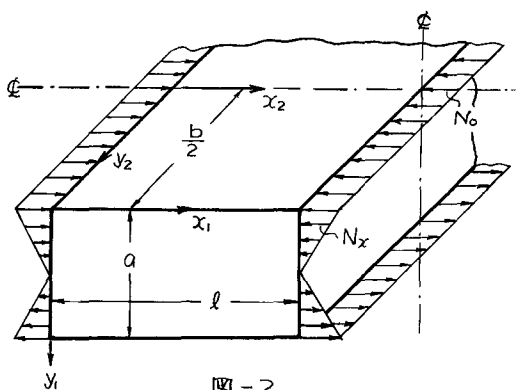


図-2

下フランジは引張力を受けているから座屈せずそのまま平面を保つものとして、上フランジおよび腹板が座屈した場合の各部分のタワミ曲面の微分方程式は次のようになる。

$$D_{x2} \frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^4} + 2H_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x_2^2 \partial y_2^2} + D_{y2} \frac{\partial^4 w_2}{\partial y_2^4} + N_0 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_2^2} = 0 \quad (1)$$

$$D_{x1} \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + 2H_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^2 \partial y_1^2} + D_{y1} \frac{\partial^4 w_1}{\partial y_1^4} + N_0 \left(1 - \alpha \frac{y}{a}\right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} = 0 \quad (2)$$

各直交異方性板の境界条件としては、 $x = 0$ および $x = l$ にて単純支持、 $y_1 = 0$ および $y_1 = a$ で $w_1 = 0$, $y_2 = \pm b/2$ で $w_2 = 0$ とする。さらに $y_1 = a$ にて $\partial w_1 / \partial y_1 = 0$ および $y_2 = b/2$ と $y_1 = 0$ で $\partial w_1 / \partial y_1 = \partial w_2 / \partial y_2$ および $D_{y1} \partial^2 w_1 / \partial y_1^2 = D_{y2} \partial^2 w_2 / \partial y_2^2$ とする。鋼床板部分の一般解は次のようになる。

$$w_2 = \{ A \sinh k_1 y_2 + B \cosh k_1 y_2 + C \sin k_2 y_2 + D \cos k_2 y_2 \} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (3)$$

$$k_{1,2} = \frac{m\pi}{l} \sqrt{\frac{H_2^2}{D_{y2}^2} - \frac{D_{x2}}{D_{y2}} + \frac{N_0 l^2}{D_{y2} m^2 \pi^2} \pm \frac{H_2}{D_{y2}}}$$

腹板部分の解として、 $w_1 = \sum f(y_i) \sin(m\pi x/l)$, $y_i = a\gamma$ において式(2)に代入すると

$$\frac{d^4 f}{d\gamma^4} - 2\kappa_1 \sqrt{K_m} \frac{d^2 f}{d\gamma^2} + \{K_m - \mu_m + \alpha\gamma \mu_m\} f = 0 \quad (4)$$

ただし、 $\kappa_1 = H_1 / \sqrt{D_{x1} D_{y1}}$, $K_m = m^4 \pi^4 b^4 D_{x1} / l^4 D_{y1}$, $\mu_m = m^2 \pi^2 b^4 N_0 / l^2 D_{y1}$
 $\kappa_1 = 0$ のとき式(4)の解は次のようになる。

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \gamma^n = a_0 + a_1 \gamma + a_2 \gamma^2 + a_3 \gamma^3 + \dots + a_{n+4} \gamma^{n+4} + \dots \quad (5)$$

$$a_{n+4} = -n! \{ (K_m - \mu_m) a_n + \alpha \mu_m a_{n-1} \} / (n+4)!$$

式(3), (5)を境界条件に代入して座屈方程式が得られる。しかし式(5)を用いることは種々の断面に対して数値計算を行う上には多少手数を要するので、式(4)の解法として、Galerkin法を適用してみる。すなわち厳密解の代りに次の式を採用する。

$$f = a_1 \gamma + a_2 \gamma^2 + a_3 \gamma^3 + a_4 \mu_m \gamma^4 \quad (6)$$

いま図-3に示すような対称座屈を考え、さきに述べた境界条件および

$$\int_0^1 \left\{ \frac{d^4 f}{d\gamma^4} - 2\kappa_1 \sqrt{K_m} \frac{d^2 f}{d\gamma^2} + (K_m - \mu_m + \alpha \mu_m \gamma) f \right\} \gamma^4 d\gamma = 0 \quad (7)$$

に式(6)の f と式(3)の w_2 を代入して得られる方程式の B , D , a_1 , a_2 , a_3 および a_4 の係数行列式を0とおくと次のようになる。

$$12096 + 10 K_m - 576 \kappa_1 \sqrt{K_m} + (7\alpha - 10) \mu_m$$

$$+ (24192 + 35 K_m - 2160 \kappa_1 \sqrt{K_m}) D + (24\alpha - 35) \mu_m D = 0 \quad (8)$$

ただし、 $D = \frac{2(k_1 \operatorname{th} \frac{bk_1}{2} + k_2 \tan \frac{bk_2}{2})}{a(k_1^2 + k_2^2)} \frac{D_{y1}}{D_{y2}}$

であり、図-4に示す非対称変形の場合は D に次式を用いれば式(8)がそのまま適用できる。

$$D = \frac{2(k_1 \coth \frac{bk_1}{2} - k_2 \cot \frac{bk_2}{2})}{a(k_1^2 + k_2^2)} \frac{D_{y1}}{D_{y2}}$$

式(8)を満足する N_0 の値を求めれば座屈荷重の近似値が得られる。Galerkin法による μ_m の値の近似度確かめるため一例として、 $m=1$, $a/l=0.5$, $b=l$, $\kappa_1=\kappa_2=0$, $D_{x2}/D_{y2}=1/3$, $D_{x1}/D_{y1}=0.5$, $D_{y2}/D_{y1}=20$, $\alpha=2$ の場合について計算すると、

$$\mu_m = 1794 \text{ (厳密解)}, \quad 1820 \text{ (Galerkin法)}$$

となり、近似度が非常によいことが判明した。

種々の断面および l と a あるいは b の比の値についての座屈荷重の計算値の詳細については講演会において発表する。

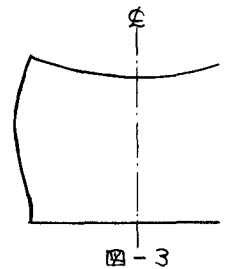


図-3

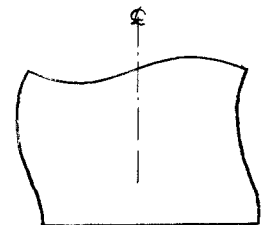


図-4