Ⅲ－8　一次元圧密に関する一考察

京都大学大学院　学生員　足立紀尚

1.概説　飽和粘土の一次元圧密について、三軸試験機を用いて一連の実験的研究を行なっているが、応力の多次元性のため三次元的な解析が要求される。そこで、土粒子骨格を弾性体と仮定して、等方圧密と一次元圧密を比較考察して、今後の研究の問題点を追求してみた。三軸試験の応力状態と堆積粘土の生成過程を考えて、z軸に関しての軸対称問題として扱う。

2.基本式　横等方、軸対称問題で、$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$ を全応力表示での応力成分、$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$、$\gamma_{rz}$ を各方向のひずみ成分とすると、応力－ひずみ関係式は、間げき水圧をσで表わすと

$$\begin{bmatrix} \sigma_r - \sigma \\ \sigma_\theta - \sigma \\ \sigma_z - \sigma \\ \tau_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \\ \varphi_2 & \varphi_1 & \varphi_3 & \\ \varphi_3 & \varphi_3 & \varphi_4 & \\ & & & \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

ここに　$\varphi_1 = E_h(1-\nu_{hv}\nu_{vh})/\Delta$　$\varphi_2 = E_h(\nu_{hh}+\nu_{hv}\nu_{vh})/\Delta$

$\varphi_3 = E_h(1+\nu_{hh})\nu_{vh}/\Delta$,　$\varphi_4 = E_v(1-\nu_{hh}^2)/\Delta$

$\Delta = E_v(1+\nu_{hh})(1-\nu_{hh}-2\nu_{vh}\nu_{hv})$

$\varepsilon_r = \partial u/\partial r$, $\varepsilon_\theta = u/r$, $\varepsilon_z = \partial w/\partial z$, $\gamma_{rz} = \partial u/\partial z + \partial w/\partial r$

E_v, E_h；各々鉛直，水平方向の弾性係数．ν_{hh}；水平応力による水平方向のポアソン比、ν_{vh}, ν_{hv}；各々鉛直応力による水平方向と，水平応力による鉛直方向のポアソン比，ψ；せん断応力τ_{rz}に対するせん断弾性係数、u, w；水平および鉛直方向の変位、単位体積当りの含水量の変化をQとすると、飽和粘土であるから

$$Q = e = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = \frac{(\varphi_4-\varphi_3)\{(\sigma_r-\sigma)+(\sigma_\theta-\sigma)\}+(\varphi_1+\varphi_2-2\varphi_3)(\sigma_z-\sigma)}{(\varphi_1+\varphi_2)\varphi_4-2\varphi_3^2} \qquad (2)$$

一方間げき水の流れがDarcyの法則に従うと仮定すると、

$$-\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial e}{\partial t} = k_h\left(\frac{\partial^2\sigma}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\sigma}{\partial z^2} \qquad (3)$$

k_h, k_v；各々水平方向，鉛直方向の透水係数である。

3.一次元圧密

(1).排水方向が鉛直方向のみの場合、この場合の唯一の変位成分はwで$\partial w/\partial z$，σはzとtのみの関数である。(2)式より$e = \partial w/\partial z = (\sigma_z-\sigma)/\varphi_4$．$\sigma_z$は一定にて$\partial e/\partial t = -1/\varphi_4 \, \partial\sigma/\partial t$

これを(3)式に代入して、

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = C_v\frac{\partial^2\sigma}{\partial z^2} \qquad (4)$$

$1/\varphi_4$は圧縮係数m_vに相当し，圧密係数C_vは$C_v = k_v\varphi_4/\gamma_w$

(4)式は周知の圧密の基本式であり、間げき水圧について与えられる境界条件で解かれ、その解は$\sigma = f(z,t)$で示される。(1)式から水平応力σ_rは(5)式となり，$\varphi_3 \neq \varphi_4$であるなら、

$$\sigma_r = \varphi_3\frac{\partial w}{\partial z}+\sigma = \frac{\varphi_3}{\varphi_4}(\sigma_z-\sigma)+\sigma \qquad (5)$$

σ_rもzとtの関数となる。図は等方弾性体と仮定したときの排水面からの種々の深さでの理論水平応力と、実験結果の一例を示している。このように水平応力がzの関数となると、三軸試験で側圧を変化させての実験ではz軸に沿う変形が一様でなくなる。

この点から水平方向にのみ排水を許す場合を考え目下実験を進めている。

(2)排水方向が水平方向のみの場合、変位成分はwのみであるが $\partial w/\partial z$ と σ は r と t のみの関数と考えられる。従って前と同様にして　次式が求まる。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C_v\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right) \quad (6)$$

ただし　$C_v = k_h \varphi_4/\gamma_w$　これを与えられた境界条件で解くと $\sigma = g(r, t)$ が求まり、水平応力 σ_r も $\varphi_3 \neq \varphi_4$ で r と t の関数となる。三軸試験で側圧は r に関して平均的なものと考えうる。

4. 等方圧密、

(1)排水方向が鉛直方向の場合、$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = \text{Const}$ を(2)式に代入すると

$$e = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 4\varphi_3 + 2\varphi_4}{(\varphi_1 + \varphi_2)\varphi_4 - 2\varphi_3^2}(\sigma_z - \sigma) \quad \therefore \frac{\partial e}{\partial t} = -m_v \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

これを(3)式に代入すると、

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} \quad (7)$$

ただし $m_v = \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2 - 4\varphi_3 + 2\varphi_4}{(\varphi_1 + \varphi_2)\varphi_4 - 2\varphi_3^2}$ ，$C_v = k_v/m_v \gamma_w$

(2)排水方向が水平方向のみの場合、前と同様に

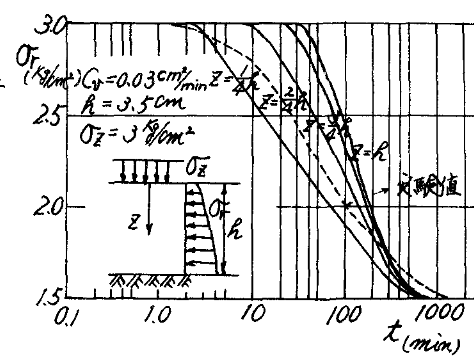
$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C_v\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right) \quad (8)$$

ただし、$C_v = k_h/m_v \gamma_w$

等方圧密の場合、各ひずみ成分の間には次の関係がある。

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_3}\varepsilon_z \quad (9) \quad \text{また} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_3}{(\varphi_1 + \varphi_2)\varphi_4 - 2\varphi_3^2}(\sigma_z - \sigma) \quad (10)$$

(5)結　語　以上土粒子骨格を弾性体と仮定して解析したが、これから



(1)一次元圧密と等方圧密では m_v が異なり、圧密量も、圧密速度も異なる。等方弾性体と考え、$\nu = 1/3$ とすると、等方：一次元は容積変化で 3：2，軸方向変位で 1：2 の割合となる。

(2)一次元圧密における土圧係数 $K' = \sigma_r'/\sigma_z'$ はポアソン比にのみ関係し、圧密過程を通して $K' = \text{Const}$ である。等方弾性体と考え $K' = 0.5$ とすると $\nu = 1/3$ が求まる。

(3)排水方向による差異は透水係数の違いによる圧密係数の違いが生ずるのみで，最終圧密量には差は生じない。また水平方向のみに排水を許すタイプの一次元圧密が三軸試験には適していると考えられる。

土粒子骨格が弾性体の仮定に従うとすると，粘土の場合種々の問題が生ずる。例えばダイレイタンシー効果や弾性定数の時間的な変化を考えない点である。また実験結果との比較についても，供試体を微小要素とは考えられず、平均的な問題として解析している現状である。以上の外にも問題は山積しているが、この観点で問題を検討することも決して無駄ではなく手元にあるデータとの比較は講演時に述べるつもりである。

最后に指導を賜っている．京都大学　赤井教授に感謝の意を表します。