

II - 14 長波性遡上波の理論計算について

大阪大学工学部 正 室 田 明
 ○ 全 上 正 村 岡 浩 爾
 全 上 大学院 正 渡 辺 泰 清

1. 遡上波の分類 (図-1)

a) surge; 水位上昇により遡上する波。水位上昇速度が大きいとき、波先は bore となって遡上するが、水位上昇速度が小さい場合には波動の性格の少ない monoclinal な状態となる。その限界は surge の形成を満足させ得る下流側からの供給水量に支配されるであろう。bore の場合、伝播速度: C_1 は surge の理論により、

$$C_1 = \sqrt{gh(1 + \frac{v_1}{c_1})(1 + \frac{v_2}{c_1})}$$

b) single hump; 長波性の単一波の遡上と孤立波の遡上を考へられる。波の伝播に伴う変形、及び流れ機構に影響される変形が生じその現象は複雑である。なお、洪水波の如く一階偏微分方程式で表わされるような単一波は、その解が $f(x-ct)$ のみであるため流れを遡上することは出来ない。孤立波の伝播速度: C_2 は、

$$C_2 = \sqrt{g(h + \eta_2)} = \sqrt{gh(1 + \eta_2/h)}$$

で表わされ、 $\eta_1 = \eta_2$ のとき常に $C_1 > C_2$ である。

c) periodic (continuous) wave; Saint-Venant が微小振巾波について、Keulegan が波頂曲率を考慮した波について理論を導いているが、結果は $h^2 U^3 / R^3 \cong i$ という仮定により、静水における伝播速度と同様、それぞれ、

$$\begin{cases} C_3 = \{ 3\sqrt{g(h+\eta)} - 2\sqrt{gh} \} \\ C_3' = \sqrt{gh} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{\eta}{h} + \frac{h^2}{6\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right\} \end{cases}$$

上記 b), c) の場合に、流れ U は

i) 深さ方向に一様な平均流であるか、

ii) 深さ方向に流速が変化する流れであるか、

によって理論の取扱いが根本的に変る。上述した伝播速度: C は i) に基づくものであり、ii) の状態では Burns, Hunt, 浜田等が理論を扱っている。

2. long wave の変形, break とその後の安定波 (図-2)

long wave の伝播速度は上式 C_3, C_3' で与えられるがその性格上伝播と共に必ず波形は変形する。この過程は特性曲線で図的に考察すると明瞭である。即ち特性曲線法を適用し得る single hump の波を、 $x-t$ 平面上 $OMAC$ で表わされる piston curve によって生ぜしめると、特性曲線群の包絡線 BB' に沿い breaking が起る。波の変形の考察は、 B から出る他の特性

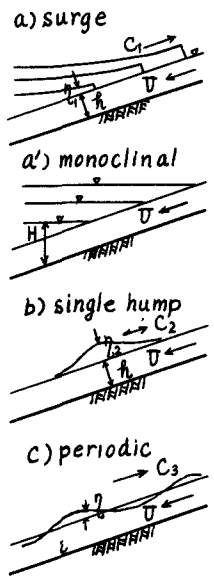


図-1 遡上波の分類

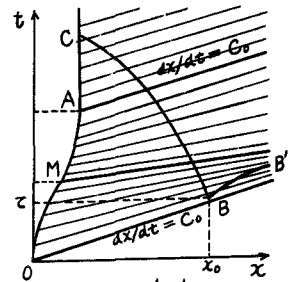


図-2 single hump の特性曲線

曲線 BC を越えない範囲で有効であるが、break した後の残存波は予想し得ない。breaking は水理現象安定化への過渡現象であるから、breaking の後には Boussinesq が示した不安定 moment の最小の波として知られる孤立波が残存波として予想されよう。

3. 孤立波の特性曲線法の適用性(図-3, 図-4)

特性曲線法の基礎方程式はいうまでもなく一次元波に近似し得る長波性の波である。孤立波はその理論より流運の垂直成分を有しているが、かなり波高の小さい孤立波では、長波性要素がどの程度卓越するか、また特性曲線法への適用性について考慮するため、 u , v , $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$ の値の比較を行う。

4. J.N Hunt の理論による遡上孤立波の特性

a) 波形について(図-5)

$$\eta = \eta_0 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\eta_0 x}{2h^{\frac{3}{2}}} \left\{ \frac{3(U_1 - C_0) - hU_1'}{U_1 - C_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (1)$$

より近似として $C_0 = U_1 - \frac{1}{2}hU_1' \pm (gh + \frac{1}{4}h^2U_1'^2)^{\frac{1}{2}}$ とし、 $U_1 = U|_{y=h}$, $U_1' = \frac{\partial U}{\partial y}|_{y=h}$ を表わす。

U の分布形を $U = U_1(y/h)^{\frac{1}{2}}$ で与えると平均流運は $\frac{7}{8}U_1$, Froude 数は $F = \frac{7}{8} \frac{U_1}{\sqrt{gh}}$ となる。高次の微小項を省略して整理すると、

$$\eta = (1 + \varepsilon) \eta_0 \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3\eta_0}{4h^3}} x \quad (2)$$

$$\varepsilon \equiv \left\{ \frac{\frac{8}{147} F}{\pm (1 + \frac{16}{2401} F^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{4}{49} F} \right\} \sqrt{\frac{3\eta_0}{4h^3}} x \cdot \tanh \sqrt{\frac{3\eta_0}{4h^3}} x \quad (3)$$

ε は流れがあるための波形の補正項である。遡上波では $\varepsilon > 0$ で波形は broad になり、下降波では $\varepsilon < 0$ で波形は steep になる。

b) 伝播速度について(図-6)

$$C = \frac{13}{14} U_1 \pm \left\{ g(h + \eta_0) \mp \frac{\eta_0 U_1}{21h} (gh)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$= \frac{7}{8} U_1 \pm \sqrt{g(h + \eta_0)} \cdot \{1 \pm \varepsilon'\} \quad (5)$$

$$\varepsilon' \equiv \left\{ \frac{7}{49} - \frac{17}{294} \cdot \frac{\eta_0}{h + \eta_0} \right\} \cdot F \quad (6)$$

ε' は流れがあるための波速の補正項である。遡上波では複号は正をとる。(4)式でわかるように、 $\eta_0 \ll 1$ の状態で C は平均流運 $\frac{7}{8}U_1$ の上にあるという矛盾がある。

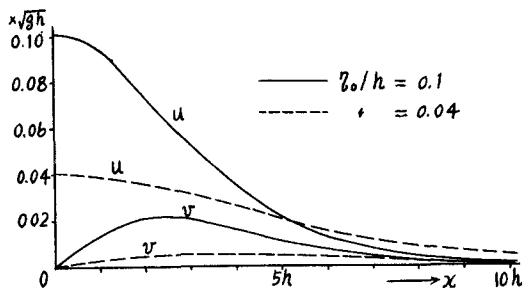


図-3 孤立波水面の水粒子速度

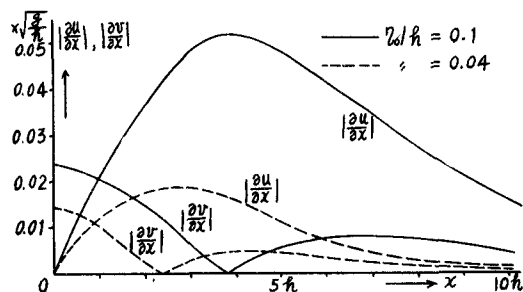


図-4 孤立波水面における $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$

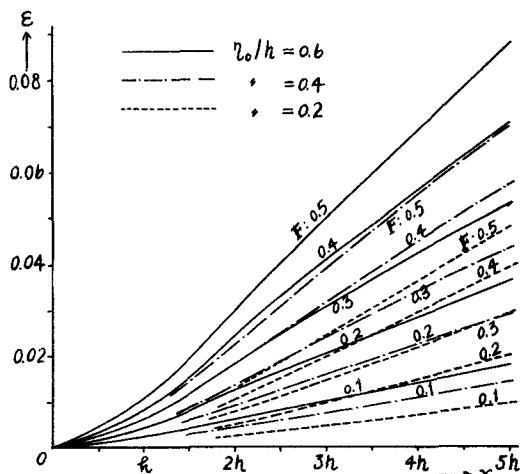


図-5 遡上孤立波の波形補正值: ε

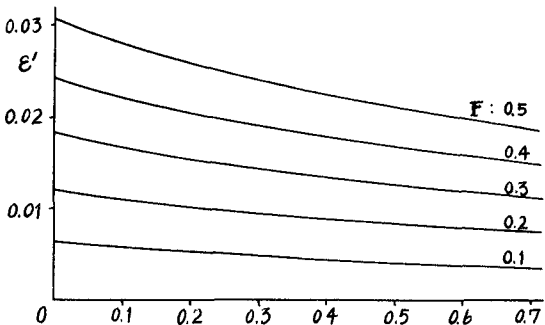


図-6 遡上孤立波の波速補正值: ε'