

I-13 曲線桁橋の温度応力について

大阪市立大学 正員 小松 定夫

1. 概説

自由な曲線桁が全体的に温度 $t^{\circ}\text{C}$ だけ変化したときには、図-1(a)のように、桁上のすべての点は固定支点 B を中心に放射方向に変位する。すなわち点 A は $\overline{BA}$ の方向に $\overline{AA'} = \alpha t \times \overline{AB}$ だけ移動して点 A' に至る。点 C は $\overline{BC}$ の方向に $\overline{CC'} = \alpha t \times \overline{BC}$ だけ移動して点 C' に至る。点 D は $\overline{BD}$ の方向に $\overline{DD'} = \alpha t \times \overline{BC}$ だけ移動して点 D' に至る。従って温度変化による応力を生じないようにするには曲率面内の移動に対して静定的に支持するとよい。

すなわち1支点固定支承、1支点軸方向可動支承、他のすべての支点はあらゆる方向に可動支承とすればよい。しかしこのような支持条件では、地震や風による水平力が作用した場合に、固定支点到過大な水平反力を生ずるので不利である。そこで図-1(b)のように1支点固定支承、他の支点はすべて軸方向可動支承として地震力などに対する抵抗性を増加することが望ましい。この場合図-1(a)のような変位のうちで、横方向の変位を拘束する事になるので、当然温度応力が生ずる。だからそれが許容応力度に収まる事が必要である。同一断面に数箇の支承が並ぶ場合、外側支承間の間隔が20m以下ならば、軸方向可動支承で十分である。

つぎに連続曲線桁の上、下面で温度差 $\Delta t^{\circ}\text{C}$ を生じた場合にも温度応力が誘発するので、これについても適切な計算法が望まれる。

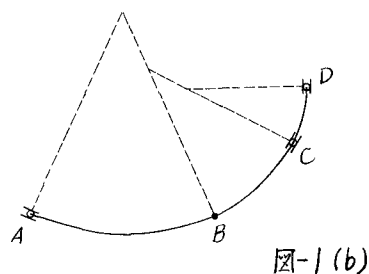
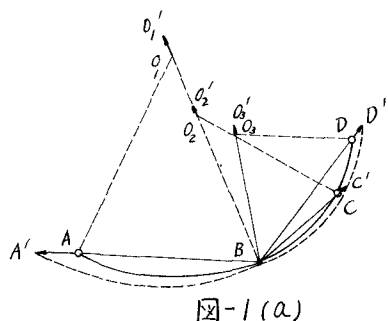
2. 温度差応力

各主桁の上面と下面において温度差 $\Delta t^{\circ}\text{C}$ を生じ、桁高方向に温度が直線的に変化する場合に、連続曲線桁橋断面には温度差応力を生ずる。今、第 j 主桁の桁高 h_j とすれば、 h_j は主桁ごとに異なった値をとる。従って温度勾配が主桁によって違うことになる。この時温度差による変形によって第 j 主桁に生じた曲げモーメントを M_j とすると、このとき温度差によるエネルギー項 Π_t は次のようである。

$$\Pi_t = \sum_m \sum_j \int_0^{l_m} M_j \alpha \frac{t_l - t_u}{h_j} dx_m \text{ ----- (a)}$$

ここに α : 桁材料の線膨脹係数

$\sum_j$: すべての主桁 j について総和すること



$\sum_m$: すべての支間 m について総和すること

$$\Delta t = t_u - t_l$$

ところが、 M_{y_j} は文献(1)により、 M_y と $\theta'' + \theta$ で与えられている。いま、式 M_{y_j} を (a) に代入すれば、

$$\Pi_t = \sum_m \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{R_m}{R_{jm}} \frac{I_{ym}}{I_{ym}} M_{ym} + \frac{I_{ym}}{R_{ojm} R_{jm}} E_s (\theta'' + \theta)_m \right\} \times \alpha \frac{t_l - t_u}{h_{jm}} R_{jmd} \varphi_m \quad \text{---(b)}$$

温度差の場合には、鉛直荷重の項、すなわち文献(2)式(5)、文献(1)表1において添字 0 の項を省いて、式(b) に代入し、最小仕事の原理により、

$$\frac{\partial (\Pi + \Pi_t)}{\partial M_m} = 0 \quad \frac{\partial (\Pi + \Pi_t)}{\partial m_m} = 0 \quad \text{---(c)}$$

を適用すればよい。そこで次のような弾性方程式をうる。

$$a_{m,m-1} M_{m-1} + a_{mm} M_m + a_{m,m+1} M_{m+1} \pm b_{m,m-1} m_{m-1} + \{ \pm (b)_{m,m-1} \pm (b)_{mn} \} m_m \pm b_{m,m+1} m_{m+1} = - (L_{tm,m-1} + L_{tm,m}) \quad \text{---(1)}$$

$$\pm b_{m,m-1} M_{m-1} + \{ \pm (b)_{m,m-1} \pm (b)_{mn} \} M_m \pm b_{m,m+1} M_{m+1} + d_{m,m-1} m_{m-1} + d_{mm} m_m + d_{m,m+1} m_{m+1} = \bar{N}_{tm,m-1} + \bar{N}_{tm,m} \quad \text{---(2)}$$

ここに、
$$L_{t,mn} = \alpha (t_l - t_u) \sum_j \left\{ \frac{R_n}{h_{jn}} \frac{I_{yn}}{I_{yn'}} \frac{1 - \cos \Phi_n}{\sin \Phi_n} + \frac{R_n}{R_{ojn}} \frac{Y_{jn}}{h_{jn}} \frac{E_s I_{jn}}{G_s J_n} \left(\frac{\Phi_n}{2} + \frac{1 - \cosh \alpha_n \Phi_n}{\alpha_n \sinh \alpha_n \Phi_n} \right) \right\} \quad (n = m-1, m) \quad \text{---(3)}$$

$$N_{t,mn} = \alpha (t_l - t_u) \sum_j \frac{Y_{jn}}{R_{ojn} h_{jn}} \frac{E_s I_{jn}}{G_s J_n} \cdot \left[(\alpha_n^2 + 1) \frac{\cosh \alpha_n \Phi_{n-1}}{\alpha_n \sinh \alpha_n \Phi_n} - \frac{\Phi_n}{2} \right] \quad \text{---(4)}$$

直線桁の場合は、方程式 (1), (2) の右辺の L_{tmn} , N_{tmn} の代りに、 $\bar{L}_{tmn}$, $\bar{N}_{tmn}$ を用いる。

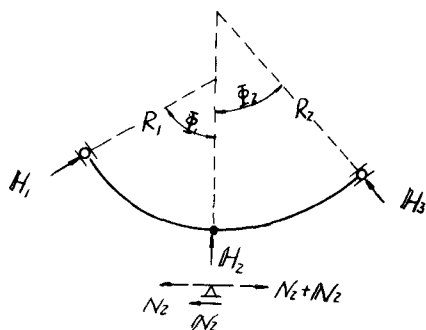
$$\bar{L}_{t,mn} = \frac{1}{2} \alpha (t_l - t_u) \sum_j \frac{l_n}{h_{jn}} \frac{I_{yn}}{I_{yn'}} \quad \text{---(3)'}$$

$$\bar{N}_{t,mn} = \alpha (t_l - t_u) \sum_j \frac{Y_{jn}}{h_{jm}} \frac{I_{yn}}{C_{wn}} \frac{\cosh \alpha_n l_{n-1}}{\alpha_n \sinh \alpha_n l_n} \quad \text{---(4)'}$$

連立方程式 (1), (2) の解 M_m , m_m を文献(2)の各公式に用いると任意断面における断面力あるいは変形量をうる。

3. 温度変化による応力

上部構造全体が温度変化 $t^\circ C$ を生じた場合には、曲率面内の曲げモーメント M_z と軸力 N が誘起する。また支承においては拘束の方向に水平反力を生ずることになる。尚、詳細は講演時にお話し致します。



* (1) 小松定夫: 曲線並列桁橋の実用計算式 土木学会論文集 No. 93

(2) 小西一郎, 小松定夫: 薄肉連続曲線桁橋の立体的解析 土木学会論文集 No. 91