

I - 8 吊橋の振動性状に関する2,3の考察

京都大学工学部
同上

正 員 ○白石 成人
学生員 中都宮 英彦

1. まえかき

われわれはここに吊橋の動的性質を解析する目的から、その基礎方程式を誘導することゝ試みた。^{1), 2)} その結果、吊橋の動的挙動はいくつかの変形 *modes* が連成し、自由振動でもその解析はかなり複雑になるように考えられる。ここでは、上の関係式にもとずき、単純化した2, 3の場合について、ねじれ振動、水平たわみ振動、たわみ振動に関する数値計算の結果を報告したい。

2. 数値計算例

a. ねじれ振動

ねじれ振動の運動方程式は

$$\begin{aligned} EI\ddot{\theta} + \frac{\partial}{\partial X} \left[EJB \frac{\partial \theta}{\partial X} \right] - \frac{\partial}{\partial X} \left\{ MU \frac{\partial \theta}{\partial X} \right\} + b\lambda_1 \left(h + w_0 + \frac{b\theta}{2} - w_L \right) - b\lambda_2 \left(h + w_0 - \frac{b\theta}{2} - w_R \right) &= 0 \\ \frac{W_c}{g} \sqrt{1+h'^2} \ddot{w}_L + \frac{\partial}{\partial X} \left\{ E_c A_c \frac{h'(u_L' - h'w_L')}{(1+h'^2)^2} \right\} + H_w h'' - H_w \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \frac{w_L' + h'u_L'}{1+h'^2} \right\} - 2\lambda_1 \left(h + w_0 + \frac{b\theta}{2} - w_L \right) &= W_c \sqrt{1+h'^2} \\ \frac{W_c}{g} \sqrt{1+h'^2} \ddot{w}_R + \frac{\partial}{\partial X} \left\{ E_c A_c \frac{h'(u_R' - h'w_R')}{(1+h'^2)^2} \right\} + H_w h'' - H_w \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \frac{w_R' + h'u_R'}{1+h'^2} \right\} - 2\lambda_2 \left(h + w_0 - \frac{b\theta}{2} - w_R \right) &= W_c \sqrt{1+h'^2} \end{aligned}$$

等で表わされることが、いま単純化する目的から、補剛桁のたわみ w_0 を無視し、かつケーブルの変位は鉛直方向のみと考えるならば、 $w_L = -w_R = b\theta$ なる関係があるから、これよりねじれ振動の振動数および *modes* が求められる。Rayleigh-Ritzの方法によりえた計算結果は下表に示すとおりである。水平たわみ剛性 EI_h の異なりによる場合、ねじれ *modes* は低次の部分ではほぼ同一形状であり、高次になるに従って、 EI_h の変化による *modes* の形状変化も顕著に表われるようである。

b. 水平たわみ振動

水平たわみ振動は、9個の基礎方程式のうち、次の3個の方程式

$$\begin{aligned} \frac{W_c}{g} \ddot{v}_0 + \frac{\partial}{\partial X} \left(EI_x \frac{\partial v_0}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left\{ b\lambda_1 \left(\frac{b}{2} \frac{\partial v_0}{\partial X} - u_L \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial X} \left\{ b\lambda_2 \left(\frac{b}{2} \frac{\partial v_0}{\partial X} + u_R \right) \right\} + 2\lambda_1 (v_0 - v_L) + 2\lambda_2 (v_0 - v_R) &= 0 \\ \frac{W_c}{g} \sqrt{1+h'^2} \ddot{v}_L - H_w \frac{\partial^2 v_L}{\partial X^2} - 2\lambda_1 (v_0 - v_L) &= 0 \\ \frac{W_c}{g} \sqrt{1+h'^2} \ddot{v}_R - H_w \frac{\partial^2 v_R}{\partial X^2} - 2\lambda_2 (v_0 - v_R) &= 0 \end{aligned}$$

が基礎となると考えられる。式1は補剛桁のたわみ変形に関するもので、式2, 3式はケーブルの関係式である。いまケーブルの水平変位 u を無視し、ハンガー反力 $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{W_c}{4h}$ を代入すれば、 $v_0, v_L = v_R = v$ の3変数の連成式となる。³⁾ この場合、ハンガー反力は変形に無関係に分布すると考えられるが、ハンガー長が変化しないという拘束条件を満足させた場合には明らかに非線型の挙動が表われるものと思われる。ここでは、前者の仮定にもとづいて計算を行ったが、その結果の一側を下图に示す。これより補剛桁の *modes* とケーブルの振動数は必ずしも同一でなく、また近似度を上げるためには多くの項数をとる

に相当な重み関数を *modes* に用いることが考えられる。

C. たわみ振動

たわみ振動の場合、基礎方程式は3個の微分方程式と1個の拘束条件式で与えられる²⁾が、拘束条件が変位について非線型的であり、この厳密解は容易に求められないようである。いま上倒と同様にハンガー反力 $\lambda = -\frac{mg}{4h}$ を導入すれば、簡単な計算によって固有振動数が求められる。しかし、その *modes* は補剛桁のたわみ量が、ケーブルのたわみ量より著しく大きい。この点、実際の立場よりより合理的な反力関数 λ を導入する必要があると考えられる。

3. おわりに

吊橋の動的挙動を知るため、主として明石海峡連絡つり橋計画案の諸量を用いて、2, 3の数値計算を行った。ここでは *main span* の部分のみを対象としたが、*side span*, *tower* の影響、また空気力学的の考慮も必要な研究対象であり、これらの問題点を解明する研究の一環として、これまでの結果を報告する。

参考文献

- 1) N. Shiraiishi, Mem. of Facul. of Eng., Kyoto Univ. Vol XXV, Part 2, April, 1963
- 2) 白石, 宇都宮, 岩田, 土木学会年次学術講演会, I-83, April, 1963
- 3) M. Ito, Trans. of JSCE, No. 81, May, 1962

ねじり振動の固有円振動数

$L_h (m)$		5	10	15	20	25
単純化した場合	ω_1	3.1661	3.2700	3.3703	3.4675	3.5618
1項近似	対称 ω_1	2.949	3.0610	3.168	3.279	3.372
	非対称 ω_2	4.931	5.313	5.558	5.793	6.017
2項近似	対称 ω_1	2.546	2.720	2.894	3.012	3.143
	非対称 ω_2	4.082	4.678	4.994	5.303	5.586

吊橋諸元

スパン長 $l = 1300 \text{ m}$

垂距 $f = 108 \text{ m}$

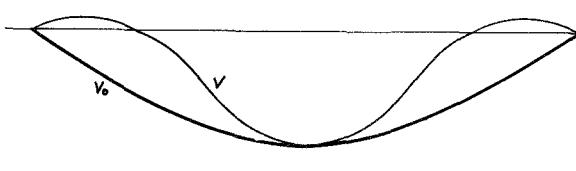
自重 $W = 60 \text{ t/m}$

ケーブル断面 $A_c = 1.232 \text{ m}^2/\text{cable}$

断面慣性, $I_y = 2 \times 5 \text{ m}^4$, 巾 $b = 30 \text{ m}$

水平たわみ振動型 (-項近似の場合)

対称振動型



非対称振動型

