

I-5 単純梁の衝撃に関する光弾性実験(Ⅱ)

京都大学工学部 正 員 丹羽義次
工学研究所 正 員 小林昭一
京都大学大学院 学生員 ○植田章嗣

1. まえがき

前報に引続き、単純梁の衝撃時の応答を光弾性実験により調べた結果の概要を述べる。

エポキシ樹脂(アラルダイトB)の単純梁模型の中央に落錘による衝撃を加えた際に生じる縞模様の変化を、キセノンフラッシュを光源とした光弾性装置(6300Åフィルター使用)を通して、MLD-1型超高速カメラで撮影した。このようにして得られたフィルムから、縞模様の伝播状態、過渡的な梁の縁応力あるいは歪、たわみ曲線および衝撃時間などを調べ、いわゆる過渡状態の理論と比較してみた。なお、実験方法の詳細については前報を参照されたい。

2. 実験結果と理論との比較

自由振動と強制振動と共に考慮したいいわゆる過渡状態に対する振動の方程式から、位置と時間の関数としての単純梁のたわみ δ 、縁応力 σ あるいは縁歪 ε は次式で与えられる^{*}。ただし、接触変形、衝撃物体の振動などは無視されている。

$$\delta(x,t) = \frac{l^2 v_{20}}{a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\phi_i^3} \frac{\sin \frac{2\phi_i x}{l} / \cosh \phi_i - \sinh \frac{2\phi_i x}{l} / \cosh \phi_i}{\phi_i \sqrt{\cosh^2 \phi_i - 1} \cosh^2 \phi_i + 2M/\phi_i^2} \sin \frac{4\phi_i^2 a^2}{l^2} t \quad (1)$$

$$\sigma(x,t) = E \varepsilon(x,t) = \pm \frac{2h v_{20}}{a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\phi_i} \frac{\sin \frac{2\phi_i x}{l} / \cosh \phi_i + \sinh \frac{2\phi_i x}{l} / \cosh \phi_i}{\phi_i \sqrt{\cosh^2 \phi_i - 1} \cosh^2 \phi_i + 2M/\phi_i^2} \sin \frac{4\phi_i^2 a^2}{l^2} t \quad (2)$$

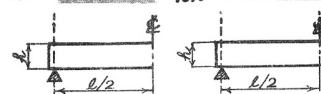
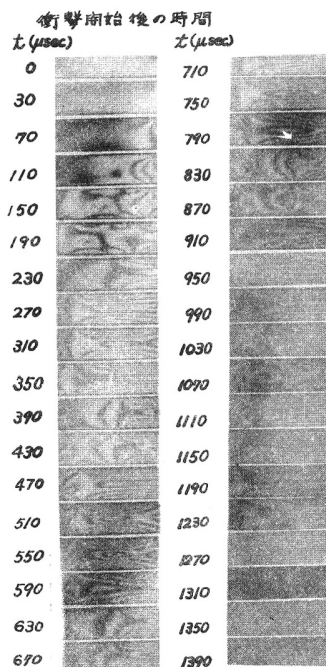
ここに、 $a^2 = \sqrt{EI/\rho A}$ 、 $\phi_i = \frac{l\sqrt{\omega_i}}{2a}$ 、 $\phi_i(\tan \phi_i - \tanh \phi_i) = 2M = \frac{2m_1}{m_2}$
 x = 梁の支点からはかった距離、 t = 衝撃開始後の時間、 l = 梁の支間、 h = 梁の高さ、 A = 梁の横断面積、 E = 梁のヤング率、 ρ = 梁の密度、 I = 梁の断面2次モーメント、 m_1 = 梁の質量、 m_2 = 衝撃物体の質量、 $M = m_1/m_2$ = 質量比、 v_{20} = 衝撃速度、 ω_i = i 次のモードの固有円振動数。
式(1)、(2)から、梁の中央における最大たわみ δ_m 、最大応力 σ_m あるいは最大歪 ε_m は、実用上十分な精度をもってそれぞれ次式で与えられる。

$$\delta_m \approx \frac{l^2 v_{20}}{a^2} \left[\phi_1^2 + \frac{\phi_1^4}{2M} \left(\frac{1}{\cosh^2 \phi_1} - \frac{1}{\cosh^4 \phi_1} \right) \right]^{-1} \quad (3)$$

$$\sigma_m = E \varepsilon_m \approx \pm \frac{2h v_{20}}{a^2} \left[\frac{1}{\phi_1} \frac{\tan \phi_1 + \tanh \phi_1}{\sqrt{\cosh^2 \phi_1 - 1} \cosh^2 \phi_1 + 2M/\phi_1^2} \right] \quad (4)$$

これらが起る時間 t_m および衝撃終了の時間 t_e は

$$t_m = \frac{t_e}{2} = \frac{\pi l^2}{8a^2 \phi_1^2} \quad (5)$$



$l \times h \times b = 20 \times 3 \times 1 \text{ cm}$
 $M = 2$, $v_{20} = 3 \text{ m/sec}$
撮影速度 = 80,000 1/sec, 露出時間 0.8 μsec
使用単色光 6300Å, 実験温度 27°C

図-1. 単純梁の衝撃の光弾性写真

* Werner Goldsmith, "Impact, The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids", p.55~65

で与えられる。

本実験では、模型寸法は厚さ $h=1\text{ cm}$ 、全長 $L=22\text{ cm}$ 、支間 $l=20\text{ cm}$ 、高さ $h=1, 1.5, 2, 3\text{ cm}$ とし、落錘は質量比 $M=1/6, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ となるものを用い、衝撃速度は $v_{2,0}=1, 2, 3, 4, 5\text{ m/sec}$ を採り、これらを種々組合わせ実験した。また、エポキシ樹脂模型の材料特性は、密度 $\rho=1.25\text{ gr/cm}^3$ 、動的ヤング率 $E=37,300\text{ kg/cm}^2$ 、動的歪フリンジ値 $f_{\sigma,d}=320\times 10^{-6}\text{ cm}$ 、動的応力フリンジ値 $f_{\sigma,d}=11.9\text{ kg/cm}$ でこれらの値は実験した程度の衝撃では、その全過程で変らないと仮定した。これらの

フリンジ値を用いて縁の縞次数が応力あるいは歪に換算された。

図-1は梁の衝撃時の光弾性写真の一例であり、図-2はこれに対する下縁縞次数の時間的、位置的分布を描いたものである。図-2(a)の至分布曲線を図式積分することにより、各時間

に対するたわみ曲線の概形を得ることができる。

図-3は、中央点の下縁の最大縞次数と質量比あるいは衝撃速度の関係をプロットした一例で、実線(a)および(b)は、式(4)により計算した理論曲線を示している。これ以外のデータを合せ考え、カメラの分解能に支配される縞次数の読みの誤差、フリンジ値に関する誤差およびガイド中を落下させた落錘の衝撃速度の誤差などを考慮すれば、実験値は理論値にほぼ近い値をとるようである。しかし極端な場合として、 h が小さく、 M が大きいたまには実験値は理論値より約30%増加し、 h が大きく M が小さいときには実験値は理論値より約20%減少している。

縞次数が最大となる時間 t_m は衝撃速度の影響を受けないことが確かめられ、種々の場合の実験値は式(5)から計算した値に比べ5~30%だけ減少している。一方、衝撃が終了する時間 t_n は、実験値は理論値より多少増加する傾向があり、 $h=3\text{ cm}$ の場合では10%内外の値を示している。これは、鋼落錘と梁との衝突時の接触変形などの影響によるものであろう。

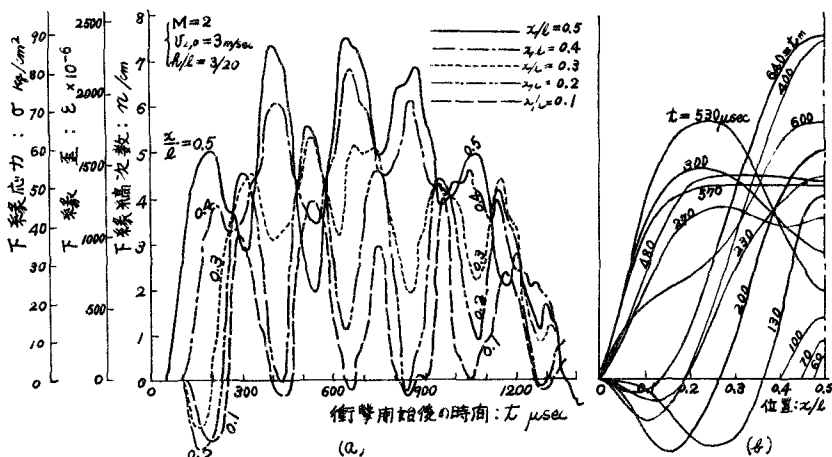


図-2 単純梁の衝撃時の下縁縞次数の時間的変化(a)および位置的分布(b)

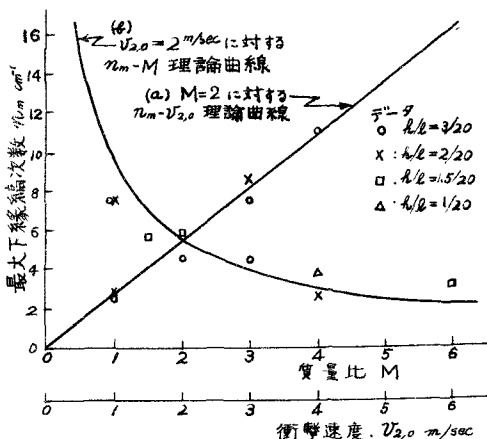


図-3 $n_m-v_{2,0}$ 曲線および n_m-M 曲線