I－4　けた橋構造のLarge Deflectionについて

京大工教養　米沢　博
〃　○三上市藏

けた橋構造物の解析に直交異方性板理論を適用する研究は，これまでに広く行なわれてきたが，それらはいずれも微小変位理論にもとづいた結果を適用したものであった。対象を弾性設計計算法に限定すれば，これで目的は達せられるであろうが，厳密にはやはり中立面の伸縮を考えたLarge Deflection理論によるべきであろう。ことに，部材の降伏点附近まで載荷して，たわみの大きくなった状態，さらには，構造物としての耐荷力を問題にし，Limit Design 的な解析の方法を合理的に適用できる以前の状態に対しては，Large Deflection 理論による解析および検討が必要であると考えられる。

ここでは，けた橋構造物を直交異方性矩形板とみなして，そのたわみ曲面をLarge Deflection理論より求め，線形弾性理論による結果と比較してみよう。

直交異方性板のたわみ w およびその中立面上の応力函数 F は，次の連立偏微分方程式を満足しなければならない。

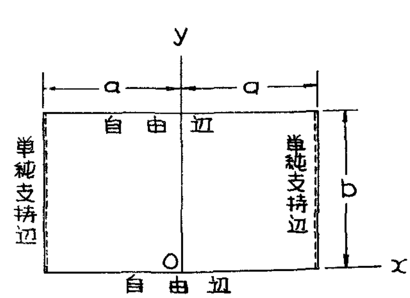
$$D_x\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2H\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2}+D_y\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$$
$$=p+h\left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-2\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial x\cdot\partial y}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}+\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\quad\cdots(1)$$

$$E_x\,\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}+2E_{xy}\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial^2 x\cdot\partial y^2}+E_y\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}$$
$$=E_x\cdot E_y\cdot\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}\right)^2-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

この連立非線形偏微分方程式を一般的に解くことは困難であるため，近似解法として，以下のような解法を適用する。

右図に示すような直交異方性矩形板において，境界条件を満足する w および F を仮定する。

すなわち，w として次式を採用する。



$$w=A\cdot\left[\cos\frac{\alpha y}{b}-\beta\cdot\sin\frac{\alpha y}{b}+\cosh\frac{\alpha y}{b}\right.$$
$$\left.-\beta\cdot\sinh\frac{\alpha y}{b}+\gamma\right]\cdot\cos\frac{\pi}{2a}x\quad\cdots(3)$$

ただし，$\alpha=4.7300$，$\beta=0.98235$であって，y方向のたわみの形は，両端自由な棒の最低次固有振動の形に相似なものを採用した。

次に F としては，周辺上で板の中立面に作用する x，y 方向の外力が 0，すなわち，$x=\pm a$，$y=0$，$y=b$ において $F=\dfrac{\partial F}{\partial x}=\dfrac{\partial F}{\partial y}=0$ の境界条件を満足するものとして，次式を採用する。

$$F=B\cdot\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)^2\cdot\frac{y^2}{b^2}\cdot\left(1-\frac{y}{b}\right)^2 \quad\cdots\cdots(4)$$

式(3)，(4)の w，F が式(1)，(2)を近似的に満足するように，A，Bを決定すればよいわけで，その方法として，*Galerkin*法など種々の方法が考えられる。ここでは最も簡単な≪平均法≫を適用しよう。その場合，式(1)の右辺は，分布荷重 p と，膜応力の鉛直方向成分を含んでいるわけであるが，簡単にするため τ_{xy} の影響を無視して，

$$\int_0^a\int_0^b\left[D_x\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2H\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2}+D_y\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right]\cdot dx\cdot dy$$

$$=\int_0^a\int_0^b p\cdot dx\cdot dy+h\cdot\int_0^a\int_0^b\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]\cdot dx\cdot dy \quad\cdots(5)$$

$$\int_0^a\int_0^b\left[E_x\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}+2E_{xy}\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\cdot\partial y^2}+E_y\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}\right]\cdot dx\cdot dy$$

$$=E_x\cdot E_y\cdot\int_0^a\int_0^b\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}\right)^2-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]\cdot dx\cdot dy \quad\cdots\cdots(6)$$

を満足するようにA，Bを決めることにする。

式(5)，(6)に式(3)，(4)を代入して，次の二式を得る。

$$\left[\gamma\cdot\frac{b^2}{a^2}\sqrt{\frac{D_x}{D_y}}-15.067\frac{H}{\sqrt{D_x\cdot D_y}}+0.19240\frac{h}{\sqrt{D_x\cdot D_y}}B\right]\cdot A-\frac{a\cdot b}{\sqrt{D_x\cdot D_y}}\int_0^a\int_0^b p\cdot dx\cdot dy \quad .(7)$$

$$\left[\frac{b^2}{a^2}\cdot\sqrt{\frac{E_x}{E_y}}+16\frac{a^2}{b^2}\cdot\sqrt{\frac{E_y}{E_x}}\right]\cdot B-1.9084(2+\gamma)\cdot\sqrt{E_x\cdot E_y}\cdot A^2=0 \quad\cdots\cdots(8)$$

式(7)，(8)からA，Bを決定すれば，たわみその他が求められる。

数値計算その他については，講演の際に述べる。