

III-12 貝子水池内における砂堆の運動機構に関する研究

京都大学防災研究所 正員 工博 矢野 勝正
 " " " 芦田 和男
 京都大学大学院 学員 〇定道 成美

1 はしがき

ダムによる堆砂には浮遊流砂によるものと、掃流流砂によるものとがあり、後者の堆砂は砂堆の形で行われることは周知の事実である。したがって、この砂堆の運動機構は堆砂の問題を取扱う場合の重要なかぎであるが、堆砂の先端では河床が不連続になるために河床変動に関する理論的解析法をそのまま適用する事は非常に困難である。したがって、従来より、実験的事実にもとづいた実用的な取り扱ひ方が行われてきた。これによって、この運動の特性についてはかなり多くの事実が明らかになっている。しかしながら、理論的に解明されたものでないために、一般的に適用しうるかどうかに問題がある。事実、いままでに明らかにされている実験的事実は必ずしも相互に統一が取れているとはいえないようである。

そこで、著者等はこれらの統一の解明を行うべく、砂堆の不連続性を考慮した力学的な解析法を試みた。さらに計算例により、この解析法が従来明らかにされている実験的事実をかなりよく証明しうることを知り得た。しかし、移動限界水深、等流水深、限界水深等の相対的な大きさにより、解析結果がかなり相違するようであるので、今後、これらの特性の相違について検討を加えていくとともにさらに多くの場合について、理論と実験との比較検討を行なっているたいと考えている。

2 理論的考察

座標軸を図-1のようにとり、水の運動方程式は、時間的に極めて緩慢として、 $\frac{\partial}{\partial t}$ の項を無視する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = i - \frac{\partial(h+z)}{\partial x} - \frac{\tau^2 u^2}{R^3} \quad (1)$$

となり、水の運動式は単位巾当り

$$Q = hu = Q_0 = \text{constant} \quad (2)$$

となる一方、砂の運動方程式として、ブラウニ型を用いると

$$Q_B = K u_x (u_x^2 - u_{xc}^2)^m \quad (3)$$

となり、ここに、 m 、 K 常数、 u_x はマッハ速度である。

砂の連続式は

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial Q_B}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

となる。ここに λ は砂の空けき率である。

また抵抗法則として Manning 型を使用すると、 u_x は一般に、

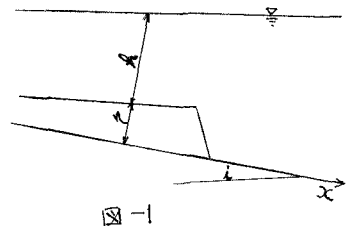


図-1

$$u_*^2 = g m^2 Q_0^2 / h_*^3$$

(5)

となり、(1)、(2)より

$$\left\{1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right\} \frac{\partial h}{\partial x} = i - \frac{\partial z}{\partial x} - m^2 Q_0^2 / h_*^3$$

(6)

(3)と(4)、(5)式より

$$\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{K}{(1-\lambda)} \cdot \frac{1}{6} (m^2 g Q_0^2)^{m+1/2} \frac{1}{h_*^{m+1/2}} \left(\frac{1}{h_2^m} - \frac{1}{h_*^m} \right) \left\{1 + 2m \frac{1 - (h_2/h_1)^3}{1 - (h_2/h_1)^3}\right\} \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

(7)

(7)式の右二項の $\frac{\partial h}{\partial x}$ の係数を $W(h)$ とおき、(6)の $\frac{\partial h}{\partial x}$ を (7) に代入すると、

$$\frac{\partial z}{\partial x} - \left\{W(h) / \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right)\right\} \frac{\partial z}{\partial x} = -W(h) \left\{ \left(1 - m^2 Q_0^2 / h_*^3\right) / \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) \right\}, (8)$$

となる。さて、図-2において、砂堆の先端の上昇速度を V 、前進速度を U 、砂堆の下流の水深を h_1 、砂堆の峰での水深を h_2 、砂堆高さを z とすると、砂堆の峰の上昇速度 V は $\frac{\partial z}{\partial t}$ で示され (8) より

$$V = \frac{\partial z}{\partial t} = W(h_2) \left\{ \frac{1}{1 - (h_2/h_1)^3} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - \left(1 - m^2 Q_0^2 / h_*^3\right) / \left(1 - (h_2/h_1)^3\right) \right\}, (9)$$

となる。また、前進速度 U は、単位時間に砂堆の峰を通過する砂が全て、砂堆前面に堆積するものとするれば、 U は

$$U = Q_0 / z(1-\lambda) = K u_* (u_*^2 - u_*^2)^m / z(1-\lambda) \quad (10)$$

ここに、 Q_0 は砂堆の峰を通過する量、 u_* は砂堆峰でのマッツ速度である。

一般にマッツ速度が (5) で示されるから、 Q_0 は砂堆の峰上の水深 h_2 で示される。ゆえに

$$U = K (m^2 Q_0^2)^{m+1/2} / z(1-\lambda) \cdot \left(\frac{1}{h_2^m} \right) \left(\frac{1}{h_2^m} - \frac{1}{h_*^m} \right)^m \quad (11)$$

となる。ゆえに (9) と (11) より砂堆の運動方向の座標軸に対する勾配 I は

$$I = \frac{V}{U} = \frac{z}{h_2} \left\{ 1 + 2m \frac{1 - (h_2/h_1)^3}{1 - (h_2/h_1)^3} \right\} \left\{ \left(1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{m^2 Q_0^2}{h_*^3}\right) / \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) \right\} \quad (12)$$

で示される。一方下流水深 h_1 と砂堆の峰上水深 h_2 との間に Momentum 保存則が成立つとすれば

$$\rho h_1 v_1^2 - \rho h_2 v_2^2 = \rho g \{ (h_2 + z) - h_1 \} / 2 \quad (13)$$

が成立する。これに $h_1 v_1 = h_2 v_2 = Q_0$ を代入すると、

$$2 h_1^3 / h_1 + h_1^2 = 2 h_2^3 / h_2 + (h_2 + z)^2 \quad (14)$$

となる。すなわち、砂堆高 z と水深 h_1 がわかると (14) より h_2 が解ける。さて (12) における I は $\frac{\partial z}{\partial x}$ が known であれば I は解ける。一般には砂堆の峰より上流は一般の河床変動に対する手法で解けるから $\frac{\partial z}{\partial x}$ は known とする。今、 $\frac{\partial z}{\partial x}$ を一次近似解として一定値 i_0 と取るものとする I は

$$I = \frac{z}{h_2} \left\{ 1 + 2m \frac{1 - (h_2/h_1)^3}{1 - (h_2/h_1)^3} \right\} \left\{ \left(1 - i_0 - \frac{m^2 Q_0^2}{h_*^3}\right) / \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\right) \right\}$$

となり、ある瞬間での砂堆高 z と、その前面の水深 h_1 がわかれば I は解ける。又、 h_1 はラムズストよりの水面計算で求まることかである。更に砂堆の発生位置は理論的に求めているので移動が臨界水深までにはじまるものとする。この時 I は不定形となるので (12) の条件のもとで $h \rightarrow h_k$ として I を求める。いま、次の例について計算した

$$Q_0 = 2.44 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}, \quad i = 1/100, \quad i_0 = 1/333 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{結果は図-3のようであり、従来の実験結果の傾向をよく説明している。} \\ \alpha_m = 0.04^{\circ}, \quad m = 0.0154, \quad h_k = 0.02 \text{ m} \end{array} \right.$$

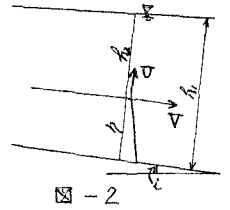


図-2

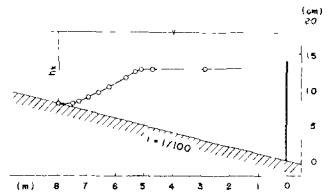


図-3 砂堆の軌跡図