I－12 変断面を有する塔の断面力と変形量の計算法

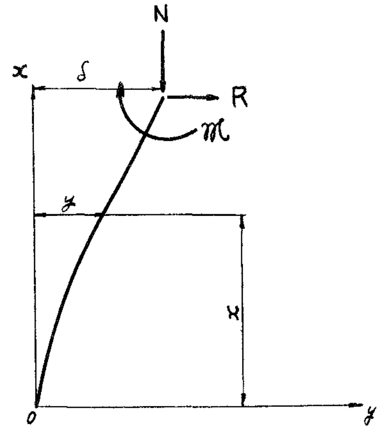
京都大学工学部　正員　工博　小西一郎
京都大学工学部学生員　工修　高岡宣善
京都大学工学部学生員　○山本　巌

要旨

長大スパンつり橋のタワーの断面力および変形量を求めるための公式を積分方程式の理論を用いて誘導し，数値計算例によって，実用計算に対するこの理論の応用方法を示す。本研究の諸公式を用いることにより，微分方程式による従来の解法によるよりも，容易に計算を行なうことができる。

1 基礎方程式の誘導

ここで取り扱うタワーは，初等構造力学のはり理論に従うものとする。座標軸 O-xy を図-1のごとく定める。タワーの断面二次モーメント $J(x)$ は x の任意の関数であってよい。図-1においてN，Rおよび δ をそれぞれ塔頂に作用する鉛直方向力，水平方向力および塔頂の水平変位とする。また $\mathfrak{M}$ は塔頂に作用するモーメントをあらわす。$M(x)$ および y をそれぞれ座標 x におけるタワーの曲げモーメントおよびたわみとすれば次の関係式が成り立つ。



図－1

$$EJ(x)\frac{d^2y}{dx^2} = M(x) \qquad (1)$$

式(1)を $x=0$ における条件，$y(0)=0$，および $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}=0$ のもとに積分して

$$\frac{dy}{dx} = \int_0^x \frac{M(u)}{EJ(u)}du \qquad (2)$$

$$y(x) = \int_0^x dv\int_0^v \frac{M(u)}{EJ(u)}du \qquad (3)$$

次に，$w(x)dx$ を点 x におけるタワーの微小部分 dx の自重とすれば，x における曲げモーメント $M(x)$ は次のようになる。

$$M(x) = \mathfrak{M} + R(h-x) + N(\delta - y) + \int_x^h w(t)\left[y(t) - y(x)\right]dt$$

上式を x で微分して

$$\frac{dM}{dx} = -R - \mathfrak{N}(x)\frac{dy}{dx} \qquad (4)$$

ここで

$$\mathfrak{N}(x) = N + \int_x^h w(t)dt \qquad (5)$$

式(2)を式(4)に代入して $M(h)=\mathfrak{M}$ なる条件のもとに1回積分して

$$M(x)=\mathfrak{M}+R(h-x)+\int_x^h \mathfrak{N}(v)dv\int_0^v \frac{M(u)}{EJ(u)}du$$

上式の右辺オ三項の積分順序を変更して

$$M(x)=\mathfrak{M}+R(h-x)+\int_0^x \frac{W(x)M(u)}{EJ(u)}du+\int_0^h \frac{W(u)M(u)}{EJ(u)}du \qquad (6)$$

ここで

$$W(x)=\int_x^h \mathfrak{N}(v)dv \qquad (7)$$

いま

$$K(x,u)=\begin{cases} W(x)/EJ(u) & 0\leq u\leq x \\ W(u)/EJ(u) & x\leq u\leq h \end{cases} \qquad (8)$$

(8)式によって Kernel $K(x,u)$ を定義すると(6)式は, Fredholmのオ二種積分方程式と呼ばれる次の形になる。

$$\left.\begin{aligned} M(x)-\int_0^h K(x,u)M(u)du &= f(x) \\ f(x) &\equiv \mathfrak{M}+R(h-x) \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

2.積分方程式の数値解法

(8)式によって定義される如く Kernel $K(x,u)$ が $u<x$ または $u>x$ に従って別個の函数で表されている場合は特異核をもつという。この様な場合のオ二種 Fredholm積分方程式を数値的に解く方法は, Bateman, E.J. Nyström, 日高の方法がある。
数値解法によって求められた曲げモーメント $M(x)$ を用いてたわお $y(x)$ は次のようにして求められる。

$$\frac{x}{h}=\xi, \quad \alpha=\frac{hM_0}{EJ_0}, \quad \frac{M}{M_0}\cdot\frac{EJ_0}{EJ}=g(\xi) \qquad (10)$$

とおいて(3)式を次の様に変換する。

$$y(\xi)=\alpha\int_0^\xi d\xi\int_0^\xi g(\xi)d\xi \qquad (11)$$

式(10)において M_0 および EJ_0 は任意に定められた定数である。

3数値計算例

数値解法の詳細および計算結果については講演会当日会場において発表する予定である。