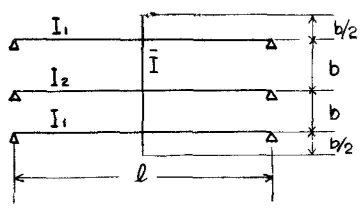
I－2　衝撃荷重による格子構造の弾性および塑性変形

京都大学工教養　　正員　米　沢　博

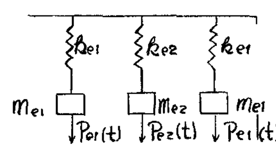
<u>まえがき</u>　はりが衝撃荷重を受けた場合の振動およびその弾性あるいは塑性変形については，種々の研究が広範囲にわたってなされている。またはりの組合せでできたラーメンなどの場合も相当研究されているようであるが，格子構造の場合についての研究はあまりないようである。ここでは格子けた構造の衝撃荷重に対する弾性的あるいは塑性的応答の近似的解析法として，格子けたの各主けたをそれぞれ一つの質量，バネよりなる一自由度の系に置換して解析し，振動および変形に対する各主けた間の断面比，主けたと横けたの断面比，スパンと幅員の比などの影響を調べ，さらにこれらの理論結果の若干を実験的に検討してみた。

<u>格子けたに対する近似解法</u>　はり，ラーメン，板などに衝撃荷重が作用した場合，それらと等価のバネ，質量よりなる系に置換して近似的に解く方法は，厳密な理論的解析が困難な場合に実用的解法として用いられ，またその近似度も良好である。ここでも同様な解法を格子けたに適用してみることにする。けた数に関係なく同様に適用できるので，図-1に示すような三本主けた，一本横けたの場合について解析してみよう。任意の形の衝撃荷重でさしつかえないが，各主けたに等分布満載する $q(t)$ なる衝撃荷重を考える。従っていまの場合格子けたと等価の図-2に示すようなスプリングのバネ常数 k_{en}，質量 m_{en}，衝撃力 $P_{en}(t)$ を格子けたの弾性あるいは塑性変形に対して計算すれば(ただし $n=1$ は外けた，$n=2$ は中けたを意味する)，格子けたの衝撃荷重に対する応答を直接解析する代りに

図－1



図－2



$$m_{en}\frac{d^2x}{dt^2}=P_{en}(t)-\begin{cases}k_{en}x & \text{-------- 弾　性}\\ R_{en}(x) & \text{-------- 塑　性}\end{cases}$$

を解けばよいことになる。

<u>弾性変形の場合</u>　$q(t)$ によるたわみの形を $q(t)$ が静的に作用した場合と同じであると仮定すると，各主けたに対して $q(t)$ が静的にした仕事は

$$W_n = q(t)\,l\,y_{nc}(3+200K_n)\,640K_n$$

ただし，$K_1=5(2+3h_2)/8(2+h_1+2h_2)$，$K_2=5(2+3h_1)/8(2+h_1+2h_2)$，$h_1=8(l^3/b^3)(\bar{I}/I_1)$，$h_2=8(l^3/b^3)(\bar{I}/I_2)$，$y_{nc}$ は $q(t)$ による各主けたのスパン中央のたわみである。

この W_n と $P_{en}(t)$ がスプリングを y_{nc} だけ静的にたわませる時なす仕事とを等置して

$$P_{en}(t) = q(t)\,l\,(3+200K_n)/320K_n \qquad \text{------} \qquad (1)$$

が得られる。

次に，けたの運動中の各点の最大速度は各点の静的たわみの大きさに比例すると仮定して，けたの運動のエネルギーを計算すると次のようになる。

$$E_n = M_n V_{nc}^2 \left[\frac{19+1800K_n+78336K_n^2}{322560K_n^2}\right] + \frac{1}{2}\bar{M}V_{nc}^2$$

ただしM_nは各主けたの全質量，V_{nc}は各主けたスパン中央の最大速度，$\bar{M}$は横けたの長さbの質量で，$\bar{M}$が各主けたのスパン中央に集中しているものと仮定する。このE_nとスプリングがV_{nc}で運動中の運動のエネルギーを等置して次の結果が得られる。

$$m_{en} = M_n\left[\frac{38+3600K_n+156672K_n^2}{322560K_n^2}\right] + \bar{M} \qquad \text{------} \quad (2)$$

各主けたのバネ常数は荷重を最大たわみでわれば得られ，それと等価の質量，スプリング系のバネ常数は，各主けたのバネ常数に$P_{en}(t)/\delta(t)\ell=(3+200K_n)/320K_n$をかけて

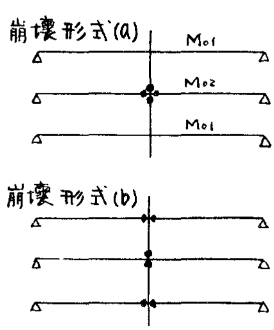
$$k_{en} = \{3(3+200K_n)/20K_n^2\}\{E\cdot I_n/\ell^3\} \qquad \text{------} \quad (3)$$

となる。

以上の式(1)，(2)，(3)の値を用いれば，格子けたの弾性振動およびその変形は一自由度の質量，スプリング系に置換して，衝撃荷重に対する解析が容易に行えるわけである。

<u>塑性変形の場合</u>　全主けたが同時に塑性変形する場合は，単純はりに横けたの質量が附加した場合と同様になり，すでに多数の解が得られているので，ここでは図-3に示すように内けたあるいは外けたのみが塑性変形する場合を考えることにする。弾性変形の場合と同様に各主けたのたわみ曲線を$\delta_0(t)$が静的に作用した時と同じものと仮定して解析する。

図-3



塑性変形をした主けたに対しては

$$P_{en}(t) = \delta_0(t)\ell/2 \qquad \text{------} \quad (4)$$

$$m_{e2} = (M_{o2}/3)+(7\bar{M}_o/12) \quad \text{型式(a)}$$
$$m_{e1} = (M_{o1}/3)+(7\bar{M}_o/12) \quad \text{型式(b)} \qquad \text{------} \quad (5)$$

ただしM_{o1}，M_{o2}，$\bar{M}$，は主けたおよび横けたの全塑性曲げモーメントである。

弾性変形の場合のバネ常数に対応する最大抵抗$R_{en}(x)$を求めると，次のようになる。

$$R_{e2}(x) = 2\{2M_{20}+(\bar{M}_o/i)\}/\ell \quad \text{型式(a)}$$
$$R_{e1}(x) = \{4M_{10}+(\bar{M}_o/i)\}/\ell \quad \text{型式(b)} \qquad \text{------} \quad (6)$$

弾性変形にとどまった各主けたに対しては

$$P_{en}(t) = \delta_0(t)\ell(16+25J_n)/5(5+8J_n) \qquad \text{------} \quad (7)$$

ただし，$J_1 = g/4(2ij+g)$，$J_2 = g/2(4i+g)$，$i=b/\ell$，$j=M_{o2}/M_{o1}$，$g=\bar{M}_o/M_{o1}$である。

$$m_{en} = \frac{M_n}{315(5+8J_n)^2}(3968+12465J_n+9792J_n^2)+\bar{M} \qquad \text{------} \quad (8)$$

$$k_{en} = \{384(16+25J_n)/5(5+8J_n)^2\}\{EI_n/\ell^3\} \qquad \text{------} \quad (9)$$

式(4)～(9)を使用すれば崩壊型式(a)，(b)のような塑性変形をした場合の各主けたの衝撃荷重に対する応答を解析できる。

数値計算例および実験結果については，講演の際説明する。