(Ⅲ－14) 土砂輸送パイプの摩擦抵抗について

京都大学防災研究所　正員　大　同　淳　之

土砂あるいはスラッヂをふくむ流れは、非ニュートン流体としての性質を示すことは、すでに二三人の人々によつて報告されているところである。パイプで土砂を輸送する場合の抵抗法則も、非ニュートン流体の考え方で表はすのが合理的と思われる。

しかしながら、土砂を対象とした非ニュートン流体の実験が少ないので、与えられた土砂濃度および管内流速に対して、非ニュートン流体とのこの適用範囲、適用すべき流動方程式および式中の特性値がどのようであるかについては不明である。

この実験はこれらの資料の一端に資するために太さ1.5吋、1.0吋、直線区間4.0 mの透明ビニールパイプを用いて実験を行つたもので、実験で測定したものは流量と損失水頭である。

非ニュートン流体として取扱うには、降伏値、塑性粘度あるいはレオロジ定数または擬塑性粘度が必要である。これらの値を次の方法によつて決定した。

(1) 擬塑性流体とみなされる場合

変形速度とせん断応力の関係は次式で表される。

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau^n}{\mu_p} \tag{1}$$

ここにnは構造指数粘度またはレオロジ定数と呼ばれるもので、流体の性質によつて定まる定数である。$n>1$の場合、擬塑性流体、$n<1$のときはダイラタントな流体と呼ばれる、μ_pは擬塑性粘度と呼ばれ、ニュートン流体の粘度に相当する量で、$[\mu_p] = [Kg^n/m^n \cdot s^{2n-1}]$なる次元を有する。

流体が円管を流れているとき、管長lの間の二断面のつりあいから、いずれの場合にも

$$\frac{r}{R} = \frac{\tau}{\tau_\omega}, \quad \tau_\omega = \frac{R}{2}\frac{\triangle p}{l} \tag{2}$$

が成立する。ここにRは管の円半径、τ_ωは壁面せん断応力、$\triangle p$は管長l間の圧力降下を示す。(2)式を(1)式に代入して積分すれば

$$U = \frac{R\tau_\omega^n}{(n+1)\mu_p}\left\{1-\left(\frac{\tau}{R}\right)^{n+1}\right\} \tag{3}$$

が得られる。流量Qは

$$Q = \int_0^R 2\pi r u dr = \frac{\pi R^3}{(n+3)\mu_p}\tau_\omega{}^n \tag{4}$$

平均流速U_mは

$$U_m = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R}{(n+3)\mu_p}\tau_\omega{}^n \tag{5}$$

となる。よつて(2)(5)式より

$$\frac{\triangle p}{2l} = \frac{2\left\{(n+3)\mu_p U_m\right\}^{\frac{1}{n}}}{R^{1+\frac{1}{n}}} \tag{6}$$

が得られる。(6)式を変形すれば

$$\log\left(\frac{4Q}{\pi R^3}\right) = n\log\left(\frac{R\cdot\triangle p}{2l}\right) + \log\frac{4}{(n+3)\mu_p} \tag{7}$$

となる。よつて$4Q/\pi R^3$と$R\cdot\triangle p/2l$との関係を対数方眼紙にplotして、もしデータが直線上にならべば(1)式が成立することになり、この直線のこう配からレオロジ定数nが求まる。また擬塑性粘度μ_pは

$$\mu_p = \frac{\pi R^3}{(n+3)Q}\left(\frac{R\cdot\triangle p}{2l}\right)^n$$

から求める。

(2) ビンガム流体とみなされる場合

変形速度とせん断応力の関係は次式であらわされる。

$$\tau = \tau_y - \mu_B\frac{du}{dy} \tag{8}$$

ここにτ_yは流動のはじまる降伏値、μ_Bは塑性粘度をあらわす。(2)を(8)に代入して積分すれば

$$U = \frac{R\tau_y}{\mu_B}\left(\frac{1-2a+2ar'-r'^2}{2a}\right) \tag{9}$$

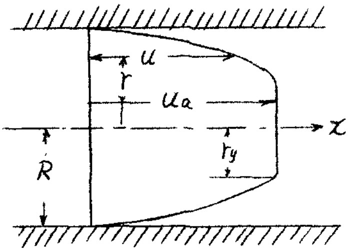
ここに　$a = \frac{r_y}{R} = \frac{\tau_y}{\tau_\omega}$　　$r' = \frac{r}{R} = \frac{\tau}{\tau_\omega}$　(10)

をあらわし、r_yはせん断応力τが降伏値τ_yに等しくなる半径である。平均流速U_mは

$$U_m = \frac{2\pi\int_{r_y}^{R} urdr + \pi r_y^2 U_a}{\pi R^2} = \frac{R\tau_y}{\mu_B}\alpha \quad 、\quad \alpha = \frac{a^4-4a+3}{12a} \tag{11}$$

ここにU_aは$r_y > r$の部分の流速を示す。(2)、(10)、(11)式より、

$$\frac{\triangle p}{l} = \frac{2\tau_y}{r_y} = \frac{8U_m\left(\frac{\mu_B}{4a\alpha}\right)}{R^2} \tag{12}$$



二つの流量Q_1、Q_2における管長lの間の圧力降下$\triangle p_1$、$\triangle p_2$を測定して(12)式より

$$\frac{\triangle p_2}{\triangle p_1} = \frac{2\tau_y l / R\cdot a_2}{2\tau_y l / R\cdot a_1} = \frac{a_1}{a_2} \tag{13}$$

が得られ、また(11)式より

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\pi R^2 U_{m_2}}{\pi R^2 U_{m_1}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tag{14}$$

となる。まずa_1を適当に仮定し、(13)式よりa_2を計算し、これに相当するα_2を求め、(14)によつてα_1を計算し、これに相当するaの値a_1'を求め、はじめに仮定したa_1とa_1'が等しくなるまでa_1の値をかえる。a_1がきまつたならば、

$$\tau_y = \frac{\triangle p_1}{2l}Ra_1 \tag{15}$$

によつて、τ_yを、(11)式によつてμ_Bを求める。

これらの関係を用いて得られる抵抗法則、乱流の場合の処理などについては、講演時に報告する。本研究を遂行するにあたり御指導を賜つた矢野勝正教授に厚く感謝の意を表します。

参考文献

1) E.L.McMillEN; Simplified pressur-loss calculation for plastic flow. Chem. Eng. Progr. July 1948.

2) 富田幸雄；非ニュートン流体の工学的取扱い 日本機械学会誌昭35.12