

(Ⅲ-4) 開水路断面急拡大部の水理に 関する 2、3 の考察

京都大学工学部 正員 芦田 和 男

要 旨 断面の拡大角がある程度以上になると水流は壁面からはく離し、いろいろ好ましくない水理現象が生じるが、開水路常流流れにおけるそれについての従来の研究は十分とはいえない。したがってこうした箇所における水面追跡法を従来よりも適切にし、満足すべき水理設計法を確立するためにはまずその水理を明らかにすることが必要であろう。著者はこれについての研究を行なってきたが、ここではその一部について述べる。

§ 1. 急拡大部の流速分布

断面 拡大部においては流れ方向に境界層が発達し層内の流速分布形は変化し、壁面付近でやせ、ついには壁面からはく離する。これらの関係は開水路においては一般に水深方向の各層において異なるが、著者の行なつた急拡大部に対する $h/b = 0.25$ (h : 水深、 b : 狭い方の水路幅) という実験においては死水域の大きさは上層と底層とではあまり変らなかつた。そこで水表面について種々の拡大角の流速分布を調べたが、その中急拡大部のそれは図-1 に示すように 2 次元噴流の流速分布形とかなりよく一致し、その解析法を適用し得ることがわかる。しかし死水域の長さは 2 次元のそれとかなり異なることが実験的に知られたが、これがいかなる関係であらわされるかを考察する必要がある。また拡大角が急拡大でない場合には拡大角度によつて壁面の影響があらわれるはずであり、これについても考察を加えよう。

§ 2 流れにおよぼす拡がり壁の影響

流速分布形が 2 次元噴流のそれとよく似ていることは乱れの伝達の機構がかなりよく似ていることを示すものであろう。したがって水位上昇および底面摩擦がある本論の場合には多少の厳密さを欠くが、2 次元噴流の解析法を用いて拡がり壁の影響を検討しよう。

2 次元噴流の運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 2\ell^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

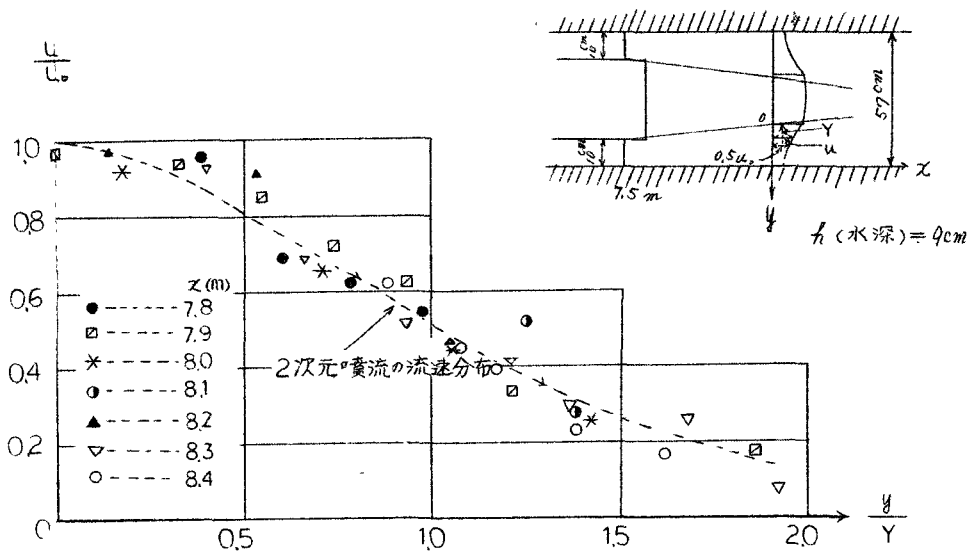


図 - 1 急拡部の流速分布

によつて表わされるが、この解は Tollmien によれば

$$F = d_1 \cdot \rho^{-\eta'} + \frac{1}{2} \eta' (d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta') \quad (2)$$

$$\text{である。ここに } \eta = \frac{y}{x}, \quad \phi = A \cdot x \cdot F(\eta), \quad \eta' = \frac{1}{(2c^2)^{1/3}} (\eta - \eta_1) \quad (3)$$

である。 d_1 、 d_2 、 d_3 および η_1 、 η' の値は与えられた境界条件により求められる。すなわち図 - 2 に示すように噴流の境界面を $\eta = \eta_1$ および $(\eta_2)_0$ とすれば Tollmien の用いた境界条件は

$$\begin{aligned} \eta = \eta_1 : \quad u &= u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \\ \eta = (\eta_2)_0 : \quad u &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

であり、 $\eta = (\eta_2)_0$ においては v はある値をもっている。いまここに壁面をおくと v をしや断するから上の境界条件を満足しなくなる。したがつてただ壁面を置いたのでは流れが変わるから、壁面上にソースを考えて $\partial u / \partial y = 0$ を満足するような v_2 を与えることにする。かくすると図 - 3 に示すように境界条件は

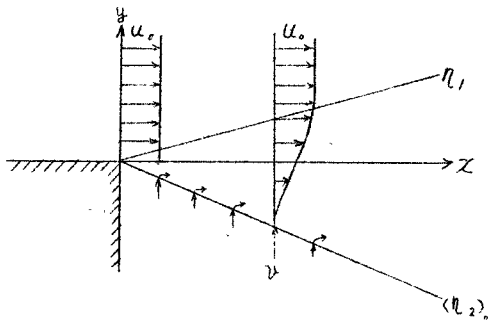


図 - 2

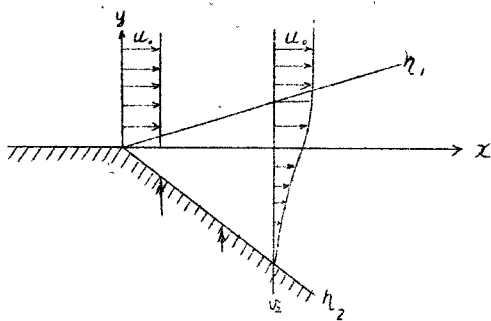


図 - 3

$$\eta = \eta_1 : u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \quad (6)$$

$$\eta = \eta_2 : \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = v_2 \quad (7)$$

となり、これより積分常数は

$$d_1 = \frac{1}{2} (d_2 - 1)$$

$$d_2 = \frac{1 - e^{3/2 \eta_2} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)}{1 + e^{3/2 \eta_2} \left(-\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - 3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)} \quad (9)$$

$$d_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

$$\frac{\eta_1}{(2c^2)^{1/3}} = d_1 + d_2 \quad (11)$$

$$\eta'_2 = \frac{1}{(2c^2)^{1/3}} (\eta_2 - \eta_1) \quad (12)$$

となる。また u_2 および v_2 は

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{1}{2} e^{1/2 \eta'_2} \left\{ - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{1 - e^{3/2 \eta'_2} (\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + 3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2)} + d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{3}{2} \eta'_2 - \sqrt{3} d_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right\} \quad (13)$$

$$- \frac{v_2}{(2c^2)^{1/3} \cdot u_0} = \frac{1}{2} e^{1/2 \eta'_2} \left\{ \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{1 - e^{3/2 \eta'_2} (\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2)} \right. \\ \left. + 2 (d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2) - (\eta'_2 + d_1 + d_2) \right. \\ \left. \times \left\{ - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2}{1 - e^{3/2 \eta'_2} (\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2)} \right. \right. \\ \left. \left. + d_2 (\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2) + d_3 (\sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{3} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta'_2) \right\} \right\} \quad (14)$$

となり、 $\eta'_2 < -6.5$ に対してはかなり小さく、 $\eta'_2 < -1.0$ に対してほとんど 0 となる。これらの条件はそれぞれ $\theta > 25^\circ$ 、 $\theta > 35^\circ$ に相当するので、このような角度でおかれた壁面は流れにほとんど影響しないといえる。一方 $\theta > 30^\circ$ では壁面の影響があらわれないという実験結果が得られているが、この事実をよく説明しているといえよう。

§ 3 急拡大部の噴出角

η_2 面上においては逆流のために速度こう配があり、 $\frac{\partial u}{\partial y} \approx 0$ である。 $\frac{\partial u}{\partial y}$ と x から求められる無次元量 $(\frac{\partial u}{\partial y}) \cdot x / u_0$ は η_2 面上においては x に無関係にはほぼ一定となることが実験的に知られたので、これを用いて境界条件を

$$\eta = \eta_1 : u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \quad (15)$$

$$\eta = \eta_2 : \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \cdot x / u_0 = a' (\text{const.}) , \quad u = 0 \quad (16)$$

とし、上と同様にして常数を求めると

$$d_1 = \frac{1}{2} (d_2 - 1) \quad (17)$$

$$d_2 = \frac{e^{-\frac{3}{2}\eta_2'} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - e^{-\frac{3}{2}\eta_2'}} \quad (18)$$

$$e^{\frac{1}{2}\eta_2'} \left\{ \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' (e^{-\frac{3}{2}\eta_2'} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2')}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - e^{-\frac{3}{2}\eta_2'}} \right. \\ \left. + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right\} = (2c^2)^{\frac{1}{3}} a' \quad (19)$$

$$\frac{\eta_1}{(2c^2)^{\frac{1}{3}}} = d_1 + d_2 \quad (20)$$

$$\eta_2' = \frac{1}{(2c^2)^{\frac{1}{3}}} (\eta_2 - \eta_1) \quad (21)$$

となる。これより a' が増加するにつれて $-\eta_2'$ は減少し、境界線の拡がり方がゆるやかになることがわかる。すなわち噴出角は逆流のない場合には Tollmien のそれと一致し、逆流の影響が強くあらわれればあらわれるほど長くなることがわかる。