(Ⅲ－1) 離岸堤周囲の流れについて

神戸大学工学部　正員　杉　本　修　一

この報告は今まで筆者が行つてきた水理構造物による河床あるいは海底の洗掘および堆積についての研究の一部をなすものである。

今年度の土木学会年次学術講演会（昭36・5）において、「水制周囲の洗掘は水制周囲の河床に作用する静水圧勾配に大きく支配されるであろう」ということを述べ、一直線に無限に延びた岸よりそれに直角および上流側に20°傾いて斜めに突き出た一本の水制の夫々の場合について、流れをポテンシャル流と考えた時の理論計算と実験を行つた結果を比較して、実験結果は突堤上流側のようにポテンシャル流に近い流れ方をしている領域においてはポテンシャル流より推定される洗掘に非常によく似た洗掘状態を示めすことを報告した。

今回の報告は、一直線に無限に延びた岸より少し離れて岸に対して上流側に傾いた離岸堤周囲の流れについて、流れをポテンシャル流として解く方法などについて述べたものである。

さて、一様な流れの中に対称的に2枚の同じ平板を置き対称軸より上半面を考えれば離岸堤の場合と同等である。この様な場合についてポテンシャル流として解くのである。

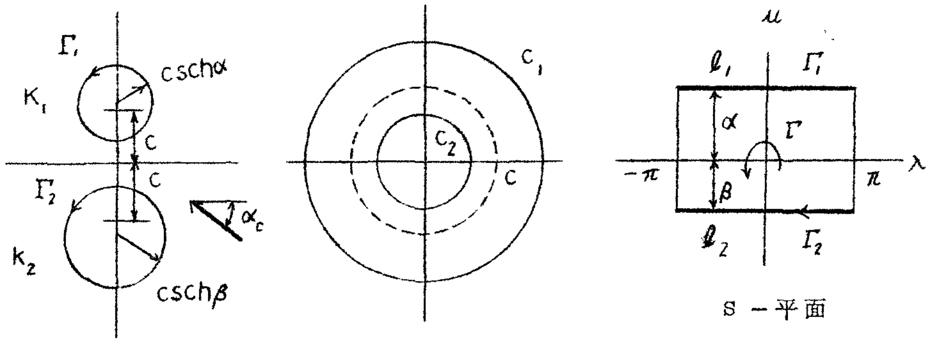
その方法は、先づ2個の円を同心円の環状領域の2個の円周に写像し、それを矩形の上下に相対する2個の辺に写像し、この矩形の2個の辺を2枚の平板に写像するのである。矩形

§1. 2個の円の外部を矩形内部への写像

平面上に任意の2個の円K_1およびK_2があるとき適当な座標軸をとればこれらは2点(0, ic)、(0, −ic)を極とする2つの共軸円

$$\left.\begin{aligned} K_1:&\quad x^2+(y-C\coth\alpha)^2=C^2\operatorname{cosech}^2\alpha &&: \alpha>0\\ K_2:&\quad x^2+(y+C\coth\beta)^2=C^2\operatorname{cosech}^2\beta &&: \beta>0\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

として表わすことができる。



t －平面　　　　u －平面　　　　S －平面

図－1

$$u = c\,\frac{t + ic}{t - ic} \tag{2}$$

$$t = ic\,\frac{u + c}{u - c} \tag{3}$$

なる関係によつて u －平面の2個の同心円にはさまれた領域に写像せられ、その際 $t=\infty$ に対しては $u=c$ に対応し、更に u －平面の2個の同心円にはさまれた環状領域は S －平面の矩形内部へ

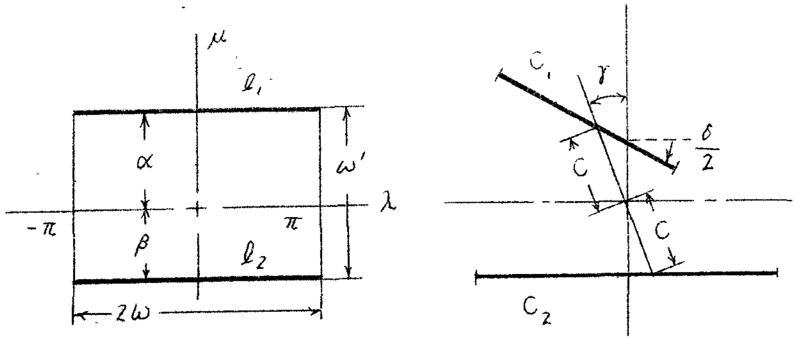
$$S = i\log\frac{u}{c} = i\log\frac{t+ic}{t-ic} = \lambda + i\mu \tag{4}$$

の如くにして変換することができる。式(4)より

$$t = ic\left(\frac{1+e^{is}}{1-e^{is}}\right) = c\cot\frac{S}{2} \tag{5}$$

§2　矩形より2枚の平板への写像

z －平面における2枚の平板 C_1 および C_2 を S －平面における矩形の ℓ_1 および ℓ_2 の辺に写像像する方法は I、E、Garrick によつて与えられた。しかし、彼の論文にはミス・プリントと思われる個処があるのでそれらを訂正して述べ度いと思う。その方法は $S=\lambda+i\mu$ とし c を実数とすれば



S－平面　　　　　　z－平面

図－2

$$z = x + iy$$

$$= -2c\left\{A(s)e^{i\gamma} + A(S + i2\beta)e^{-i\gamma}\right\} + \left(2\cot\frac{\delta}{2} - ic\right)\cos\gamma - C\sin\gamma \tag{6}$$

こゝにA(s)は

$$A(s) = e^{-\frac{\eta}{\omega}\delta s} \frac{\sigma(s+\delta)}{\sigma(s)\,\sigma(\delta)} \tag{7}$$

で与えられ、σはWeierstrassのSigma関数であり、これは$2\pi(2\omega)$および$2\pi\{i2(\alpha+\beta)\}$の周期を有し、$\eta = \zeta(\omega)$でζは同じ周期を有するWeierstrassのZeta関数である。

平板の両端の点は

$$\frac{dz}{ds} = 0 = -2c\left\{A'(s)e^{i\gamma} + A'(S + i2\beta)e^{-i\gamma}\right\} \tag{8}$$

の根として求められる。

§3　流れのポテンシャル関数

2個の円の周囲に対するポテンシャル関数はM、Lagally (1929)によつて次ぎのように与えられている。

$$W = \phi + i\psi$$

$$
=\frac{\Gamma'}{4\pi}\,s-\frac{\Gamma}{4\pi}\left\{2i\log\frac{\sigma(s)}{\sigma(s+i2\beta)}+\left(1-\frac{4\beta\eta}{\pi}\right)s\right\}
$$
$$
-2cu_{\infty}\left[\zeta(s)+\zeta(s+i2\beta)-\frac{2}{\pi}\eta s\right]
$$
$$
+2icu_{\infty}\left[\zeta(s)-\zeta(s+i2\beta)\right] \tag{9}
$$

ここにΓおよびΓ'は、円K_1およびK_2に作用する反時計方向の循環を夫々Γ_1およびΓ_2とすればΓおよびΓ'は夫々

$$
\Gamma=-(\Gamma_1+\Gamma_2)\ ,\qquad \Gamma'=\Gamma_1-\Gamma_2 \tag{10}
$$

である。Γ_1およびΓ_2はKutta－Joukowskyの条件より定めることができる。

平板周囲の速度は

$$
\frac{dw}{dz}=u-iv=\frac{dw}{ds}\,\frac{ds}{dz}
$$

で与えられる

§4　平板周囲の水面の高まり

無限遠における水深をH、任意の点における水深をhとすればBernoulliの定理より

$$
\frac{h}{H}=1-\frac{V_0^2}{2gH}\left(1-\frac{\xi^2}{V_0^2}\right)
$$

を得る。

河床に作用する静水圧pは水の密度をρとしてp＝ρhで与えられる。ゆえに静水圧勾配はgrad p＝ρgrad hとなり、このgradを計算すればよいわけである。