

(I-1) 斜交異方性板理論の斜桁橋設計への応用

京都大学工学部 正員 工博 成 岡 昌 夫

神戸大学工学部 正員 工博 大 村 裕

§ 1 概 説

近年、桁橋構造を平面構造として解析することがおこなわれて、これら構造物の合理的および経済的設計に寄与している。これらの諸種の解法のうち直交異方性板の曲げ理論の応用はきわめて顕著なものがあり、著者らも直桁橋および斜桁橋の解析への応用について研究した。しかしながら、斜桁橋構造においては、横桁が斜方向（主として支承線に平行方向）に配置されることが多いのであつて、このような場合についてはもはや直交異方性板の理論を適用することは困難である。このような構造の解析の一方法として、斜交異方性板理論の応用が考えられる。

§ 2 斜交異方性板の曲げ理論

斜交異方性板理論については従来その研究があまりおこなわれていないのであるが、中国の李国豪は、図に示すような座標軸を用いて、つぎのような斜交異方性板のタワミ曲面の基礎微分方程式を誘導した。

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{13} + D_{31}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12} + D_{21} + 4D_{33}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ + 2(D_{23} + D_{32}) \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = PS^4$$

ただし、

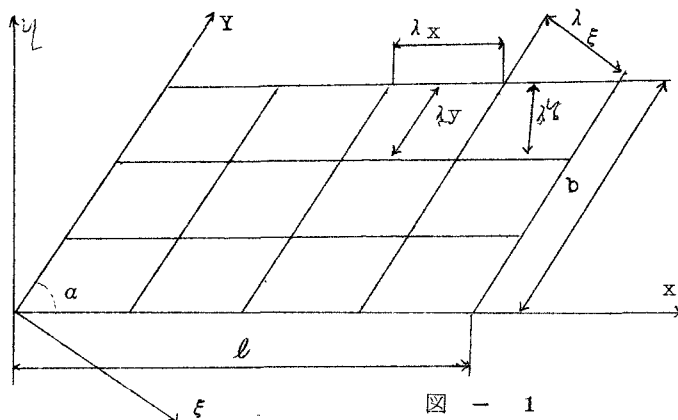


図 - 1

$$D_{11} = B_1 \beta_1, \quad D_{12} = B_1 (S^2 \nu_2 + C^2 r_1), \quad D_{13} = -CB_1 r_1$$

$$D_{21} = B_2 (S^2 \nu_1 + C^2 r_2), \quad D_{22} = B_2 \beta_2, \quad D_{23} = -CB_2 r_2$$

$$D_{31} = -\frac{C}{2} (2Kxy + B_1 \beta_1 + B_2 \beta_1 \nu_1),$$

$$D_{32} = -\frac{C}{2} (2Kxy + B_2 \beta_2 + B_1 \beta_2 \nu_2),$$

$$D_{33} = Kxy + \frac{C^2}{4} \{B_1 (r_1 + r_2 \nu_2) + B_2 (r_2 + r_1 \nu_1)\},$$

$$\nu_1 = \frac{B_x}{B\xi} \cdot \nu_\xi, \quad \nu_2 = \frac{B_y}{B\eta} \cdot \nu_\eta, \quad B_1 = \frac{B_x}{1 - \nu_1 \nu_2}$$

$$B_2 = \frac{B_y}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad r_1 = 2 \left(\frac{Kxy}{B_x} + \nu_2 \frac{Kxy}{B_y} \right), \quad r_2 = 2 \left(\frac{Kxy}{B_y} + \nu_1 \frac{Kxy}{B_x} \right),$$

$$\beta_1 = S^2 + C^2 r_1, \quad \beta_2 = S^2 + C^2 r_2, \quad S = \sin a, \quad C = \cos a$$

$$B_x = E x h^3 / 12, \quad B_y = E y h^3 / 12, \quad B_\xi = E \xi h^3 / 12, \quad B_\eta = E \eta h^3 / 12,$$

$$Kxy = G h^3 / 12.$$

$Mx\xi$, $My\eta$, $Ty\xi$ はつぎのようにあらわされる。

$$Mx\xi = -\frac{1}{S^4} \left(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

$$My\eta = -\frac{1}{S^4} \left(D_{21} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{23} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

$$Ty\xi = -\frac{1}{S^4} \left(D_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

境界条件については、図において、 $x=0$, $x=l$ で単純支持される場合、これらの辺では

$$w=0, \quad D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2D_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

$y=0$, $y=b$ で自由なる場合には

$$D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{23} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

$$2D_{31} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (D_{21} + 4D_{33}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + 2(D_{23} + D_{32}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \\ + D_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0$$

としてあらわされる。また、 x 軸と角 ϕ の方向の曲げ剛度は

$$B_\phi = \frac{B_x \cdot S}{[e^2 \sin^2 \phi + \sin(a+\phi) \sin(a-\phi)]^{\frac{1}{2}}}$$

ねじり剛度については

$$K_{xy} = \frac{B_x S \sqrt{2}}{1 + \nu_k} \cdot \frac{1}{\{(1+C)(1+2C+e^2)^{\frac{1}{2}} + \{(1+C)(1+2C+e^2)\}^{\frac{1}{2}}\}}$$

$$\nu_k = \frac{\nu_a B_b + \nu_b B_a}{B_b + B_a}, \quad \phi_a = \alpha/2, \quad \phi_b = \alpha/2 + \pi/2$$

である。

§ 3 斜桁橋設計への応用

上記のような斜交異方性板の曲げ理論を斜桁橋の解折に適用するにあたっては、直交異方性板理論の直桁橋解折への適用においておこなわれるように、解折の簡単化と実用化のためにポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = 0$ としてとりあつかうことにすると、上記の基礎方程式はつぎのようになる。

$$(c^2 \kappa d + s^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - c \{ (c^2 + 3) \kappa d + s^2 \} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 2(2c^2 + 1) \kappa d \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ - c \{ (c^2 + 3) \kappa d + s^2 d^2 \} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + (c^2 \kappa d + s^2 d^2) \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P S^4}{B_x}$$

$$d = \sqrt{B_y / B_x}, \quad \kappa = 2K_{xy} / \sqrt{B_x B_y}$$

また境界条件はつぎのようになる。

$$\text{単純支持辺 } w=0, \quad (c^2 \kappa d + s^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2c \kappa d \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

自由辺

$$\begin{aligned} & (s^2 + c^2) \mathcal{H}(\alpha) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (s^2 \alpha^2 + c^2) \mathcal{H}(\alpha) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2c\alpha \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \\ & (c^2) \mathcal{H}(\alpha) + s^2 \alpha^2 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - c \{ (c^2 + s) \mathcal{H}(\alpha) + s^2 \alpha^2 \} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \\ & + (s c^2 + c) \mathcal{H}(\alpha) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - c \{ (c^2 + 1) \mathcal{H}(\alpha) + s^2 \} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0 \end{aligned}$$

自由辺が弾性桁 $E J_R$ に支持される場合には、第2式の右辺は $\frac{E J_R}{B x} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$ となる。

$\nu_1 = \nu_2 = 0$ としてポアソン比を無視することにより、上記のように斜交異方性板の曲げ理論の諸式はかなり簡単化されるが、なおこの数値解を種々の荷重状態についてもとめることは現在のところ階差法によるほかないものと思われる。このような考えにしたがつて、斜桁橋の解析を目的として階差方程式によつて、若干の場合について数値計算をおこない、直交異方性板の場合と比較して斜桁橋における横桁の配置の効果についての考察をおこなつた。これらの結果について述べる。

参 考 文 献

- 1) Y. Guyon: Ann. Ponts et Chauss., sept-oct (1946) P553
Ch. Massonnet: Publ. of IABSE, 10 (1950) P147
- 2) M. Naruoka and H. Ohmura: Publ. of IABSE, 19 (1958) P236
- 3) Lie. Kuo-Hao: Theorie der Schiefwinklig Anisotropen
Platten und ihre Anwendung auf schiefe Brücken,
Acta Mechanica, 2.1 (1958), PP78-88