

(IV-15) 弾性質量地盤上にある橋脚の連成振動の計算法

京都大学工学部 正員 工博。後 藤 尚 男
同 大学院 正員 西 頭 常 彦

構造物の基礎に等価的な土の柱状体 (Soil Prism) を仮想することによつて、地盤の振動質量を考慮した場合の構造物の振動性状を解析することについては、すでに著者の1人が発表した(オ15回年次講演会)。今回はこれを橋脚の振動に拡張適用した結果について述べる。たゞしここでは演算の便宜上、橋脚の全根入区間 d にわたつて地盤係数 K_v, K_h は一定であると仮定する。

1. 上下、水平、動揺の各振動

各振動に対する Soil Prism の有効深さ d_i と振動数方程式は、図-1を参照しながら前報告(同上)に若干の考察を加えることによつて、つぎのようにかかれる。

1) 上下振動: $d_v = E/K_v$,

$$n_v^2(m) = \frac{g}{W} \left[a n_v(m) \sqrt{\frac{E W}{g}} \cot \left\{ \frac{n_v(m)}{K_v} \sqrt{\frac{E W}{g}} \right\} + s K_v \right] \quad (1)$$

2) 水平振動: $d_h = E/K_h$,

$$n_h^2(m) = \frac{g}{W} \left[a n_h(m) \sqrt{\frac{E W}{g}} \cot \left\{ \frac{n_h(m)}{K_h} \sqrt{\frac{E W}{g}} \right\} + s' K_h \right] \quad (2)$$

3) 動揺振動: $d_r = E/K_v$, (図は省略)

$$n_r^2(m) = \frac{1}{J} \left[n_r(m) I_0 \sqrt{\frac{E W}{g}} \cot \left\{ \frac{n_r(m)}{K_v} \sqrt{\frac{E W}{g}} \right\} - W H \right] \quad (3)$$

2. 水平と動揺との連成振動

一般に固有振動数は $n^2 = k/M$, $n_r^2 = k_r/J$ であることより、振動質量を考慮した場合のバネ定数 $k_{(m)}$ は結局式(1), (2), (3)の〔 〕内の値として与えられる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} k_{v(m)} &= a K_v(m) = \text{式(1)の} [\quad] \text{内} \\ k_{h(m)} &= a' K_h(m) = \text{式(2)の} [\quad] \text{内} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$K_T(m) = I_0 K_V(m) = \text{式(3)の [] 内}$$

式(1)～式(4)からわかるとおり土の振動質量を考慮したときの地盤係数値 $K_V(m)$, $K_T(m)$ はそれぞれ未定の固有振動数 $n(m)$ を含んでいる。さて図-2 から運動・位置の両エネルギーは、

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \frac{W}{g} (\dot{y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} J_G \dot{\varphi}^2 = \frac{W}{2g} (\dot{y}^2 + \dot{Z}^2 + \gamma^2 \dot{\varphi}^2) \\ V &= \frac{bK_h(m)}{2} \int_{-\ell_2}^{\ell_1} (y - \varphi Z)^2 d\alpha + \frac{K_V(m)}{2} \varphi^2 \int_{-\ell_2}^{\ell_1} \eta^2 \xi(\eta) d\eta + \frac{K_V(m)}{2} a Z^2 \\ &= \frac{bK_h(m)d}{2} \left\{ y^2 - (\ell_1 - \ell_2) y \varphi + \frac{1}{3} (d^2 - 3 \ell_1 \ell_2) \varphi^2 \right\} + \frac{K_V(m)}{2} (a Z^2 + I_0 \varphi^2) \end{aligned}$$

これらに Lagrange の運動方程式を適用すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{W}{g} \ddot{y} + \frac{bK_h(m)d}{2} \{ 2y - (\ell_1 - \ell_2) \varphi \} &= 0 \\ \frac{W}{g} \gamma^2 \ddot{\varphi} + \frac{bK_h(m)d}{3} (d^2 - 3 \ell_1 \ell_2) \varphi - \frac{bK_h(m)d}{2} (\ell_1 - \ell_2) y + K_V(m) I_0 \varphi &= 0 \\ \frac{W}{g} \ddot{Z} + a K_V(m) Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

上式より上下振動 Z のみは独立となるので、水平 h と動揺 γ とによる連成振動は式(6)のオ1、オ2の両式を連立に解けばよい。演算を進めてつぎの振動数方程式がえられる

$$\left. \begin{aligned} n_1^2(m), n_2^2(m) &= \frac{1}{2\alpha} \left\{ -\beta(m) \pm \sqrt{\beta(m)^2 - 4\alpha\gamma(m)} \right\} \\ \alpha &= (W\gamma/g)^2 \cdot \beta(m) = \frac{W}{g} \{ k(m) + \gamma^2 bK_h(m)d \} \\ \gamma(m) &= k(m) bK_h(m)d - \left\{ -\frac{bK_h(m)d}{2} (\ell_1 - \ell_2) \right\}^2, \\ k(m) &= bK_h(m)d (d^2 - 3\ell_1\ell_2)/3 + K_V(m) I_0, \\ K_V(m) &= f_V(n), \quad K_h(m) = f_h(n) : \text{式(4)参照} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

これより式(7)の右辺にも当然 $n_1(m)$, $n_2(m)$ が含まれているので、試算法によつて振動数を算定することになる。なお以上において、地盤の振動質量を考慮しない通常の場合に対する固有振動数 $n(0)$ は、 $W/g \rightarrow 0$ として求めればよい。

3. 数値計算例

国鉄東海道本線瀬田川橋才9号橋脚の橋軸に平行方向を例にとる。計算に用いた資料はつぎのとくである。

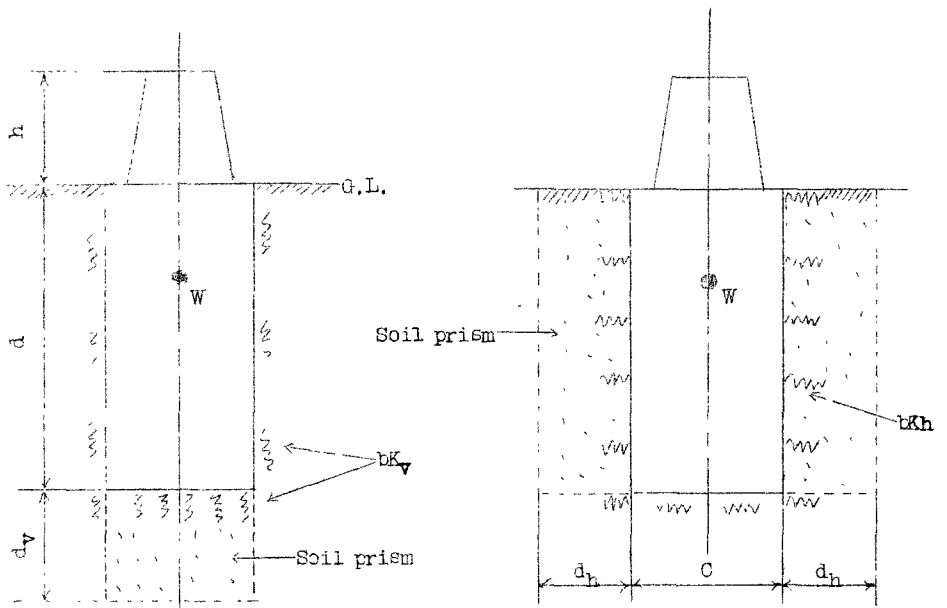
橋脚（井筒を含む）： $h=4.4\text{ m}$ ， $d=18.9\text{ m}$ ， $b=5.4\text{ m}$ ， $c=6.8\text{ m}$ ， $w=899\text{ ton}$ 。

基礎地盤： $E=2.8\times 10^9\text{ Kg/cm}^2$ ， $K_v=4.4\text{ Kg/cm}^3$ ， $K_h=4K_v/5=3.5\text{ Kg/cm}^3$ ， $w=1.6\text{ ton/in}^3$ 。

これより橋脚躯体について、 $\ell_1=10.7\text{ m}$ ， $\ell_2=8.2\text{ m}$ ， $I_0=52.6\text{ m}^4$ ， $J_G=49.7\times 10^2\text{ ton}\cdot\text{m}\cdot\text{sec}^2$ ， $\gamma=\sqrt{J_G g/w}=7.36\text{ m}$ がえられ、また Soil Prism の有効深さは $d_v=d_r=6.35\text{ m}$ ， $d_h=7.96\text{ m}$ となる。ついで式(2)で $K_h\rightarrow 0$ （底面ばねを無視）、式(3)で $W_h\rightarrow 0$ （重心低下の影響を無視）でかつ側面ばねを無視して、 $n_h(\text{m})$ と $n_r(\text{m})$ を算出した。さらに式(7)で連成振動のときを計算し、土の振動質量を考慮しない通常の場合とともに表-1に一括した。 K_v ， K_h ， E 等の推定値は必ずしも妥当であるとは限らないが、 $n(\text{m})<n(\text{c})$ であることが確認でき、かつ $n(\text{m})/n(\text{c})$ の比したがって土の振動質量による低下率は本計算例の場合15～35%程度であることがわかる。さらに2，3の場合の計算結果は講演時にゆずり、今後室内実験によつて、理論解の妥当性を検討したい。

	水平並進振動	動揺振動	連成振動	
			1次	2次
土の振動質量を考慮 $n(\text{m})$ (C.P.S)	70.28	3.86	50.81	72.58
同上無視 $n(\text{c})$ (C.P.S)	54.82	2.47	44.13	55.36
振動数比 $n(\text{m})/n(\text{c})$ (%)	78.0	64.0	86.8	76.3

表 - 1 固有振動数 $n(\text{c})$ ， $n(\text{m})$ の計算結果



(a) 上下振動

図-1 上下、水平の両振動

(b) 水平振動

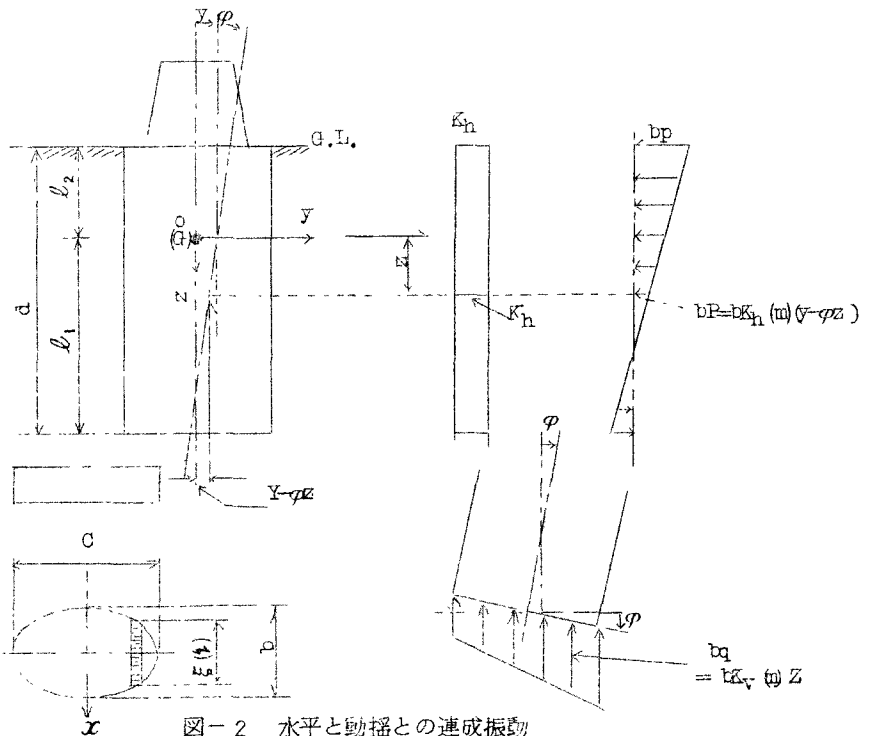


図-2 水平と動揺との連成振動