

(I-7) 連続曲線桁橋の立体的解析

京都大学工学部 正員 工博 小 西 一 郎

大阪市大工学部 正員 〇小 松 定 夫

通常の設計荷重の下で、曲線桁橋には曲げと同時にねじりが生じるので、ねじり剛性の大きい薄肉閉断面を用いた桁形式にすると有利である。

本報告は、一般の薄肉閉断面を有する連続曲線桁橋について、薄肉構造理論を適用し、断面内任意点における応力および変形の精密解を与えたものである。本理論は、特に合成桁あるいは鋼床板桁のように、床板が主桁に協力する形式の桁橋に応用できるので都合が良い。

1 連続曲線桁橋の安定性 (講演当日に発表予定)

2 応力の公式

(1) 垂直応力 σ

$$\sigma = \frac{N}{F_s} - \frac{R_n}{n\rho} + \left(\frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \right) \frac{R}{n\rho} + \frac{M_w}{C_w} \frac{W_s}{n} \quad (1)$$

ここに

N = 軸方向力, M_y = y 軸まわりの曲げモーメント,

M_z = z 軸まわりの曲げモーメント, F_s = 断面積, I_y, I_z, I_{yz} = 断面 2 次モーメント, M_w = 曲げねじりモーメント

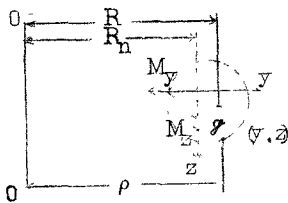


図 - 1

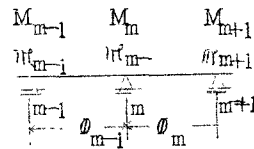


図 - 2

(2) セン断応力 τ

$$\tau = - (Hq_h + Vq_v) \frac{R_n}{t} + \frac{R_k^2}{\rho^2} \frac{\tilde{q}_k}{t} - \frac{T_s}{j} + \frac{q^* T_w}{t C_w} \quad (2)$$

ここに

H, V = それぞれ曲げによる水平および鉛直方向のセン断力、 $T_s = St$, Venant
ねじりモーメント、 $T_w = 2$ 次ねじりモーメント

3 ヒズミエネルギー

一般の荷重状態において、連続曲線箱桁橋に生じるヒズミ、エネルギー π は次式で与えられる。

$$\pi = \sum_m \frac{R_m}{2} \int_0^{\phi_m} \left\{ \frac{1}{E_s} \left(\frac{M_{ym}^2}{I_{ym}} + \frac{M_{wm}^2}{C_{wm}} \right) + \frac{1}{G_s} \left[\frac{V_m^2}{F_{sm}} + \frac{T_{sm}^2}{J_m} + \frac{Z_m}{C_{wm}^2} T_{wm}^2 \right] \right\} d\phi_m \quad (3)$$

ここに $\sum_m$ は、全橋長にわたって総和することを表わす。添字 m は m スパンに関する量を表わす。

4 断 面 力

今 m 支点上、断面における曲げモーメントを M_m 、曲げねじりモーメントを M_{wm} と記し、これらを不静定量とする。そうすれば断面力は次式で与えられる。

(1) 曲げモーメント M_{ym}

$$M_{ym} = M_{m0} + M_m \frac{\sin \phi_m^1}{\sin \phi_m} + M_{m+1} \frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_m} \quad (4)$$

$$\phi_m^1 = \phi_m - \psi_m$$

(2) 曲げねじりモーメント M_{wm}

$$M_{wm} = M_{m0} + M_m \frac{\sinh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} + M_{m+1} \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} + \quad (5)$$

$$+ \frac{R_m}{\alpha_m^2 + 1} \left\{ M_m \left(\frac{\sin \phi_m^1}{\sin \phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) + M_{m+1} \left(\frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_m} - \frac{\sinh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) \right\} \quad (6)$$

(3) St. Venant ねじりモーメント T_{sm}

$$\begin{aligned} T_{sm} = & T_{sm0} + \frac{\eta_m}{R_m} \left(-\frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} + \frac{1}{\phi_m} \right) + \frac{\eta_{m+1}}{R_m} \left(\frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} - \frac{1}{\phi_m} \right) + M_m \\ & \left(\frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \phi_m^1}{\sin \phi_m} + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) - \frac{1}{\phi_m} + M_{m+1} \left(\frac{-1}{\alpha_m^2 + 1} \left(\alpha_m^2 \frac{\cos \phi_m}{\sin \phi_m} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \alpha_m \frac{\cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) + \frac{1}{\phi_m} \right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

(4) 2次ねじりモーメント T_{wm}

$$\begin{aligned} T_{wm} = & T_{wm0} + \frac{1}{R_m} \left(\eta_m \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} - \eta_{m+1} \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) \\ & + \frac{1}{\alpha_m^2 + 1} \left\{ M_m \left(\frac{\cos \phi_m^1}{\sin \phi_m} - \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m^1}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) - M_{m+1} \left(\frac{\cos \phi_m}{\sin \phi_m} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\alpha_m \cosh \alpha_m \phi_m}{\sinh \alpha_m \phi_m} \right) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

(5) 曲げせん断力 V_m

$$V_m = V_{m0} - \frac{1}{R_m} \left(M_m \frac{\cos \phi_m^1}{\sin \phi_m} - M_{m+1} \frac{\cos \phi_m}{\sin \phi_m} \right) \quad (9)$$

ここに添字0は、オムスパンを単純桁とした場合、所定の荷重による断面力

5 弾性方程式

支点が、剛なる場合、最小仕事の原理によつて

$$\frac{\partial \pi}{\partial M_m} = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial \eta_m} = 0$$

上式に式(3)を代入し、更に式(4)~(9)を用いると、次のような連立方程式をえる。

$$\left. \begin{aligned}
 & a_{m, m-1} M_{m-1} + a_{m, m} M_m + a_{m, m+1} M_{m+1} + b_{m, m-1} M_{m-1} + b_{m, m} M_m + b_{m, m+1} M_{m+1} \\
 & h e_{m+1} = -L_m \\
 & b_{m, m-1} M_{m-1} + b_{m, m} M_m + b_{m, m+1} M_{m+1} + d_{m, m-1} M_{m-1} + d_{m, m} M_m \\
 & + d_{m, m+1} M_{m+1} = -N_m
 \end{aligned} \right\} (10)$$

$$(m=1, 2, \dots, i-1)$$

たゞし i は支間の数である。係数 a, b, d および荷重項 L, N は紙数の都合で省くが、その一部を示せば次のようである。

$$\begin{aligned}
 b_{mm} &= \sum_{j=m-1}^m (b)_{mj} \\
 (b)_{mj} &= F(\phi_j) \frac{R_j^2}{E_s C_{wj}} + G(\phi_j) \frac{1}{G_s J_j} + H(\phi_j) \frac{Z_j}{G_s C_{wj}^2} \\
 F(\phi_j) &= \frac{\mathcal{O}(\phi_j) - \mathcal{L}(\phi_j)}{\alpha_j^2 + 1}, \quad G(\phi_j) = \frac{-\alpha_j^2}{\alpha_j^2 + 1} \{ \alpha_j \mathcal{D}(\phi_j) + \varepsilon(\phi_j) \} + \frac{1}{\phi_j} \\
 H(\phi_j) &= \frac{\alpha_j}{\alpha_j^2 + 1} \{ \mathcal{O}(\phi_j) - \alpha_j \varepsilon(\phi_j) \} \\
 \mathcal{O}(\phi_j) &= \frac{\alpha_j \cosh \alpha_j \phi_j \sin \phi_j - \sinh \alpha_j \phi_j \cos \phi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sinh \alpha_j \phi_j \sin \phi_j} \\
 \mathcal{L}(\phi_j) &= \frac{\sinh 2 \alpha_j \phi_j - 2 \alpha_j \phi_j}{4 \alpha_j \sinh^2 \alpha_j \phi_j} \\
 \mathcal{D}(\phi_j) &= \frac{\alpha_j \sinh \alpha_j \phi_j \cos \phi_j + \cosh \alpha_j \phi_j \sin \phi_j}{(\alpha_j^2 + 1) \sin \phi_j \sinh \alpha_j \phi_j}
 \end{aligned}$$

$$\varepsilon(\psi_j) = \frac{\sinh 2\alpha_j \psi_j + 2\alpha_j \psi_j}{4\alpha_j \sinh^2 \alpha_j \phi_j}$$

また $a_{m,m+1}=a_{m+1,m}$, $b_{m,m+1}=b_{m+1,m}$, $d_{m,m+1}=d_{m+1,m}$ の関係が成立する。

荷重項は、(1)等分布荷重、(2)軸方向線荷重(3)横方向線荷重(4)集中荷重などについて求めている。①の場合は

$$\begin{aligned} L_{mj} = & P_j \left\{ A_{\ell}^* \frac{R_j L_{1j}}{E_s I_{y_j}} + [L_{1j} B_{\ell 1}^* + L_{2j} B_{\ell 2}^*] \frac{R_j^3}{E_s C_{wj}} + [L_{1j} C_{\ell 1}^* + L_{2j} C_{\ell 2}^*] \right. \\ & \left. \frac{R_j}{G_s J_j} + [L_{1j} D_{\ell 1}^* + L_{2j} D_{\ell 2}^*] \frac{Z_j R_j}{G_s C_{wj}^2} + E_{\ell}^* \frac{L_{1j}}{G_s E_{sj} R_j} \right\} \\ N_{mj} = & P_j \left\{ [L_{1j} B_{n1}^* + L_{2j} B_{n2}^*] \frac{R_j^2}{E_s C_{wj}} + [L_{1j} C_{n1}^* + L_{2j} C_{n2}^*] \frac{1}{G_s J_j} \right. \\ & \left. + [L_{1j} D_{n1}^* + L_{2j} D_{n2}^*] \frac{Z_j}{G_s C_{wj}^2} \right\} \end{aligned} \quad \text{として、}$$

$$L_m = \sum_{j=m-1}^m L_{mj} \quad , \quad N_m = \sum_{j=m-1}^m N_{mj}$$

A_{ℓ}^* , $B_{\ell 1}^*$ などは、中心角 ϕ_j と α_j の関数である。

6. 数値計算例

3スパン連続合成箱桁橋について数値計算を行つたが、その結果については、講演当日に発表する予定である。特に説明のない記号は、オ15回年次学術講演会講演概要p.7~8を参照されたい。