

レンズ型断面周囲の洗掘について

神戸大学工学部 杉 本 修 一

著者は土木学会第14回年次学術講演会(昭和34, 16, 3)において, 橋脚前頭部における著しい洗掘現象に着目して, 橋脚前頭部岐点においては理論上流速は零であるにもかかわらず洗掘が著しいということを考え, この橋脚前頭部における著しい洗掘現象は, 河床に作用する静水圧の圧力勾配が大きな原因の一つであろうということを述べ, その計算例として, 円礫および楕円礫周囲の水面の高まりとそれらの周辺に沿う静水圧勾配について数値計算をした結果を報告した。

前回においては, 前頭部が丸味を有するものの代表的な一つの例について計算をしたのであるが, 今回は, 前頭部が尖っているものの代表的な一つの例としてレンズ型断面について, その周囲の水面の高まりと, その周辺に沿う静水圧勾配について数値計算をなし, 楕円礫の場合と比較し, あわせて, 実験室内開水路において実験を行った結果について述べる。

まず, レンズ型断面の場合について述べる。後端においてなす角度が φ であるような, 2つの円弧で形成されたレンズ型断面は

$$\frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi + \xi_0} \right)^\tau$$

$$Z_0 = \tau \xi_0$$

$$\tau = 2 - \varphi/\pi$$

$$Z = Z_0 \frac{(\xi + \xi_0)^\tau + (\xi - \xi_0)^\tau}{(\xi + \xi_0)^\tau - (\xi - \xi_0)^\tau}$$

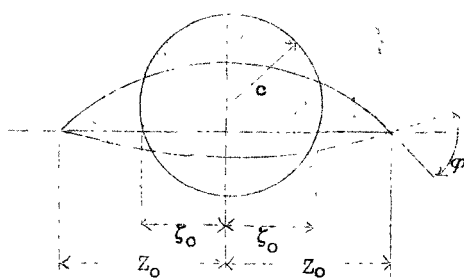


図-1

なる Kármán - Trefftz の写像関数にて ξ -平面上における半径 c なる円は Z -平面上においてレンズ型断面に写像される。

上式を級数に展開し第4項まで求むれば

$$Z = \xi_0 \left\{ \frac{1}{\left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)} + K_1 \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right) + K_3 \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^3 + K_5 \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^5 \right\}$$

$$\text{ここに } \xi = R e^{i\theta}$$

(133)

$$K_1 = \frac{\tau^2 - 1}{3}$$

$$K_3 = - \frac{(\tau^2 - 1)(\tau^2 - 4)}{45}$$

$$K_5 = - \frac{(\tau^2 - 1)(\tau^2 - 4)(2\tau^2 - 11)}{45 \times 21}$$

対称形のレンズ断面であれば

$$\xi_0 = c$$

対称形レンズ型断面の座標は

$$x = c \left\{ \left(\frac{1}{c/R} + K_1 \frac{c}{R} \right) \cos \theta + K_3 \left(\frac{c}{R} \right)^3 \cos 3\theta + K_5 \left(\frac{c}{R} \right)^5 \cos 5\theta \right\}$$

$$y = c \left\{ \left(\frac{1}{c/R} - K_1 \frac{c}{R} \right) \sin \theta - K_3 \left(\frac{c}{R} \right)^3 \sin 3\theta - K_5 \left(\frac{c}{R} \right)^5 \sin 5\theta \right\}$$

ξ —平面において半径 c なる円の周囲の流れに関する複素速度ポテンシャル関数 W は

$$W = V_0 \left(\xi + \frac{c^2}{\xi} \right)$$

故に任意の点 $\xi = Re^{i\theta}$ における合速度 W は

$$\left| \frac{W}{V_0} \right| = \left[\frac{\left(1 - \frac{c^2}{R^2} \right)^2 + 4 \frac{c^2}{R^2} \sin^2 \theta}{\left\{ 1 - k_2 \left(\frac{c}{R} \right)^2 \cos 2\theta - k_4 \left(\frac{c}{R} \right)^4 \cos 4\theta - k_6 \left(\frac{c}{R} \right)^6 \cos 6\theta \right\}^2 + \left\{ k_2 \left(\frac{c}{R} \right)^2 \sin 2\theta + k_4 \left(\frac{c}{R} \right)^4 \sin 4\theta + k_6 \left(\frac{c}{R} \right)^6 \sin 6\theta \right\}^2} \right]^{1/2}$$

ここに、 $k_2 = K_1$, $k_4 = 3K_3$, $k_6 = 5K_5$

で与えられる。

流体が完全流体であれば、無限遠における水深を H 、流速を V_0 、任意の点における水深を h とすれば、Bernoulli の定理より

$$H + \frac{V_0^2}{2g} = h + \frac{W^2}{2g}$$

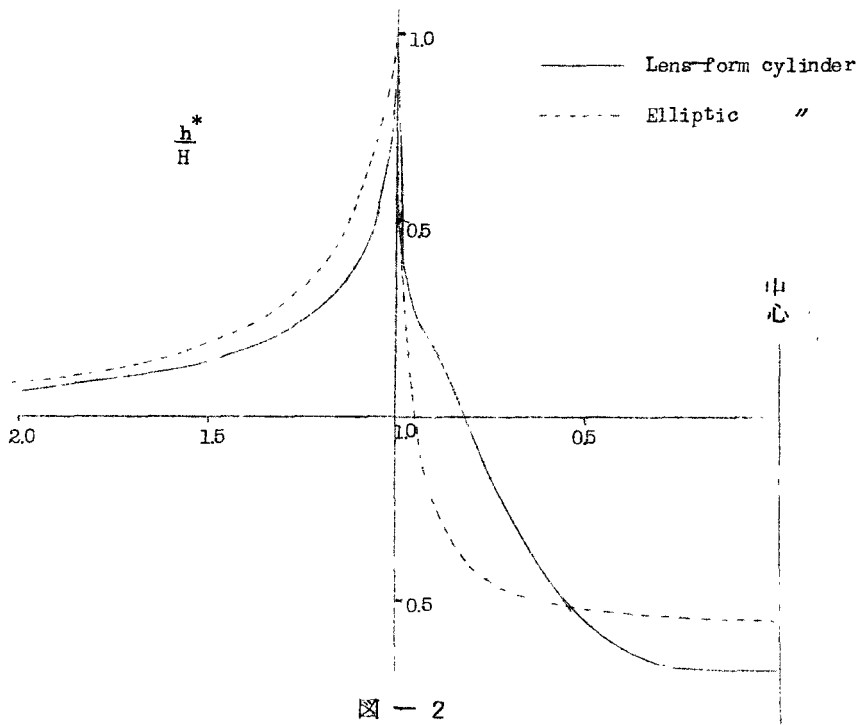
$$\frac{h}{H} = 1 + \frac{V_0^2}{2gH} \left(1 - \frac{W^2}{V_0^2} \right) = 1 + \frac{V_0^2}{2gH} \cdot \frac{h^*}{H}$$

として h を計算することが出来る。

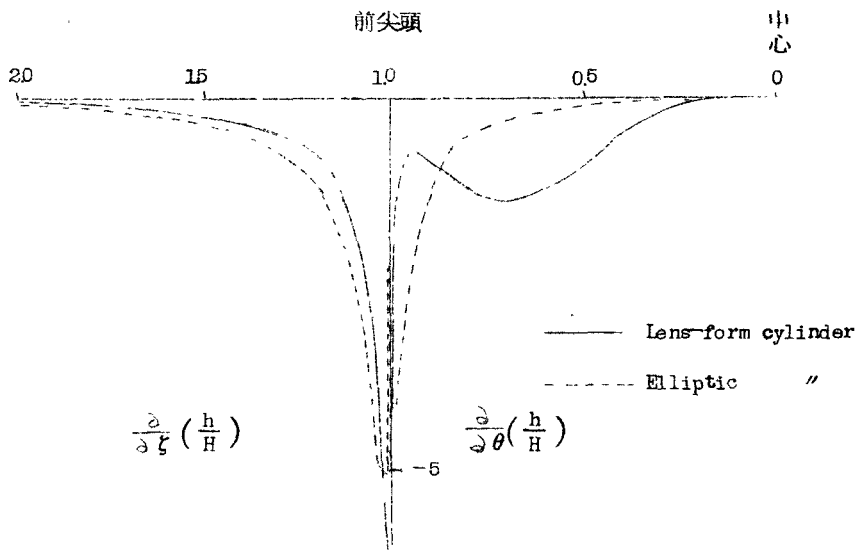
いま、Slender ratio = 0.24 の場合について同じ Slender ratio を有

する楕円嚢と、断面周辺における水面変位について比較したものが図一2であり、静水圧勾配について比較したものが図一3である。

前尖頭



図一2



図一3

以上の計算結果より

1. レンズ型断面周囲の流れは楕円礫に比較してスムーズである。
2. 前頭部における静水圧勾配はレンズ型の方が楕円礫に比較して少なく、従つて洗掘量も少いであろうことが予想される。実際に実験室内開水路における実験においても同様の結果が出ている。
3. レンズ型断面は楕円礫に比較して、静水圧勾配は前頭部においては少ないが、前頭部少し後方においてはレンズ型の方が大である。実験室内開水路における実験結果も同様である。

なお、実験結果については講演当日述べる。

以上、数値計算および実験の結果

「橋脚前頭部附近における洗掘は河床に作用する静水圧勾配に大きく支配される。」
ということが定性的にいえと思う。