橋脚の非線型過渡振動における減衰エネルギーの考察

o京都大学工学部　金多　潔
京都大学工学部　斎藤尚久

序　軟弱な地盤に支持された橋脚に地震動が作用した際の橋脚の挙動を求める問題は前に取扱つた。[1)] この問題は地盤の動力学的特性や地震波形の表現などに多くの複雑性を包含するため，その定性的な現象の究明に当つては振動系および強制力にかなりの抽象化を施さなければならなくなる。従つて，前論文では橋脚軀体を剛体と見做しまた地盤の復元力特性を履歴性のあるbi-linearなものに抽象して，焦点を運動坐標上で一自由度の rocking 振動をする系の挙動を求めることに集中した。そしてこの系に square wave（定値加速度波）あるいは versed sine ground displacement（余弦加速度波）などの地動を与えて問題を解いた。解析には電子管式低速度型相似計算機（analog computer）が用いられ，現在迄に２００余の解が求められた。

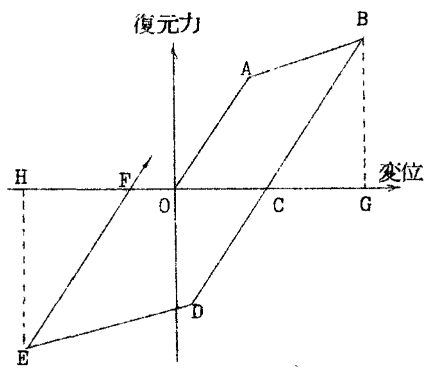
一般に振動系の復元力特性が履歴性状を示す場合には振動の１サイクル毎に系の有するエネルギーが消散される。その結果，若し系の外部から新たに運動エネルギーが供給せられない時は系の振動はこの復元力の非線型性のために減衰して仕舞う。本論文は前に求めたanalog computer による解曲線を利用して，過渡振動中の橋脚振動系の減衰エネルギーを求め，これと系の最大振巾とを比較考察したもので，その結果から若干の結論が得られた。

§１．振動中に消散するエネルギー

一自由度系の運動方程式は一般に

$$\ddot{x}+G\ (x, \dot{x}\ ; t)=f\ (t) \qquad (1)$$

なる方程式で表わされるが，復元力 $G\ (x, \dot{x}\ ; t)$ がいま図－１に示される様な特性を持つものとする。地震動 $f\ (t)$ によつて系の撓み（変位）が図の０から G 迄増大する時復元力－変位曲線は０ＡＢなる径路を辿り，Bに於て系は最大ポテンシヤルエネ



図－１

ルギーw_1＝□ＯＡＢＧを持つ。次に振動変位が減少してＧよりＨ迄変化する時は復元力ー変位曲線はＯＡＢ とは別の径路すなわちＢＣＤＥ を通る。故に△ＣＢＧ に相当するエネルギー量は系の変位量がＣに達する時に運動エネルギーに復原されるが，四辺形 ＯＡＢＣ に対応するエネルギー量 $\triangle w_1$ は振動の最初の半サイクル中に消散される。振動の第二半サイクルでは系の最大ポテンシヤルエネルギーは W_2＝□ＣＤＥＨ となり，また $\triangle W_2$＝□ＣＤＥＦ に相当するエネルギーがこの半サイクルの間に消散される。いま各半サイクルに吸収されるエネルギーの量を $\triangle W_1$，$\triangle W_2$，……… とすれば，これらの大きさは系の復元力特性の形によつても支配され，系の振動性状に密接なる関連を有するものである。

振動系の減衰性状を示す尺度として色々な量が考えられているが，その中で specific damping capacity，ψ は振動の１サイクル間に失われるエネルギー量$\triangle W$と系の最大歪エネルギーWとの比，すなわち

$$\psi=\frac{\triangle W}{W} \tag{2}$$

として定義される。系の減衰が小さくてしかも近似的に系の速度に比例した減衰力を有する場合には $\psi=\triangle W/W\fallingdotseq 2\delta$ なる関係がある。（δは対数減衰率）。しかし振動が過渡的である場合には specific damping capacity，ψ は振動の半サイクル毎に異なつた値を持つから，この場合にはむしろ

$$\psi=\frac{\triangle W}{W}=\frac{\triangle W_1+\triangle W_2}{W_1} \quad \text{or} \quad \frac{\triangle W_1+\triangle W_2}{W_2} \tag{3}$$

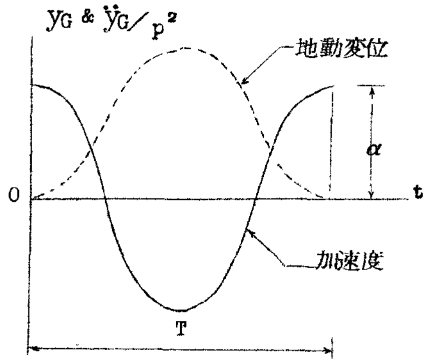
と書くべきであり，(3)式右辺の分母としては W_1 か W_2 のいずれか大きい方の値をとらなければならない。従つて我々は此処で別個に

$$\psi_1=\frac{\triangle W_1}{W_1}, \qquad \psi_2=\frac{\triangle W_2}{W_2} \tag{4}$$

なる量を定義して，これより半サイクル毎のエネルギー量の変化の割合を調べる方が解析にはより便利な様に思われる。ψ_1 及び ψ_2 と ψ との関係は，若し W_1 と W_2 が略々相等しい時には当然

$$\psi\fallingdotseq\psi_1+\psi_2 \tag{5}$$

である。我々の問題では振動系の復元力特性の形を hysteretic，bi-linear と想定したから各半サイクルのエネルギー損失量$\triangle W_1$，$\triangle W_2$，…… は前に求めた系の変位ー時間曲線を図ー１と対応させて図式的に計算することが出来る。系に作用する地震動の波形を図

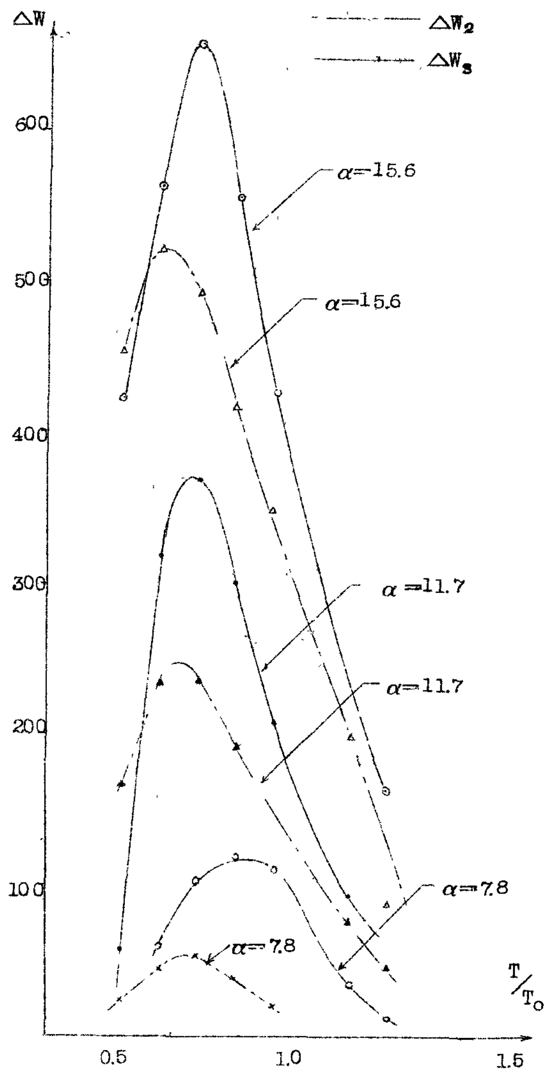


図−2

−2に示す様なものに抽象した場合を取扱うならば，地震動の継続時間Tと振動系の弾性固有周期 T_0 との比，及び地震波の持つ加速度値αを parameter として地震波特性の変化に応じて系の減衰エネルギーの量がどの様に増減するかを調べることが出来る。

§2．解析結果の考察及び結論

地動加速度値αを parameter として比T/T_0 について解析結果をプロットした一例を図−3に示す。これによればエネルギー吸収量，$\triangle W_2$及び$\triangle W_3$はT/T_0が0.7〜0.8の範囲内で明確な一つのピークを有し，その位置はαの値の増大に伴ってT/T_0の値の小さい方へと移動する。前論文で考察した系の最大撓みはT/T_0が1より大なる所でピークを持つたことと比較すれば上の事柄には興味が持たれる。すなわちこれはT/T_0が0.7〜0.8の辺りでは系の振動の初期に於て多量のエネルギーが消散せられるために以后の振巾はあまり増大しないことを暗示するものと思われるからである。



図−3

註） 1．金多　潔，奥村敏久「橋脚の非線型過渡振動」第9回応用力学連合講演会　昭和34年9月