斜角格子げたの解法

大阪大学工学部　赤　尾　親　助

1．序　　説

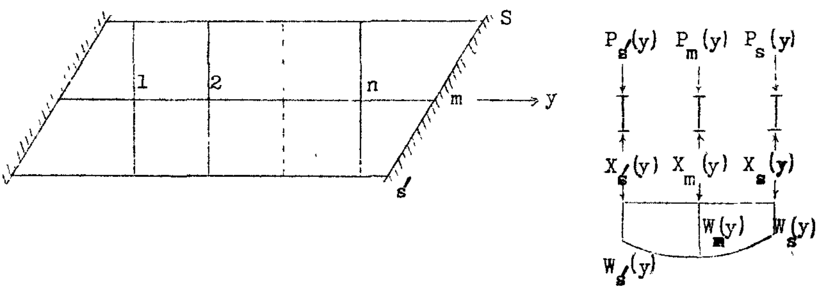
直角の格子げたにおいては，相似荷重群を用いて，横げたが１本以上あるときも結局１本横げたの場合に帰することが出来るが，斜角格子げたの場合についても，直角格子げたの相似荷重群より，同様な分配不静定力群を導くことが出来る。かゝる関数群を利用することによつて，斜角格子げたも直角格子げたと同様な容易さで分配計算を行うことが出来る。差当つて，主けた３本の場合のかかる関数群の誘導について述べる。

２．斜角格子げたの連立方程式

主けた３本，横げたｎ本の斜角格子げたにおいて，横げたは主けた上に単純支持されるとし，主けたの曲げ剛性は一定とすれば，基礎方程式は図－１を参照して，

$$\sum_{y=1}^{n} X_m(y)\left\{G_m(\mu y)+\frac{1}{4}G_s(\mu y)+\frac{1}{4}G_{s'}(\mu y)+\delta_{\mu y}\cdot G_c\right\}$$

$$=\sum_{y=1}^{n}\left\{P_m(y)\,G_m(\mu y)-\frac{1}{2}P_s(y)\,G_s(\mu y)-\frac{1}{2}P_{s'}(y)\,G_{s'}(\mu y)\right\} \qquad (1)$$



図－１

ここに　$P_i(y)$；i けた上の荷重

$X_m(y)$；中げたと横げたとの間に作用する不静定力

$G_m(\mu y)$；たわみ関数

G_c　　；横げたのたわみ関数

3．分配不静定力群

分配不静定力　$X_m(y)=\sum_{\lambda} A^{\lambda}\varphi_{\lambda}(y)$　として(1)式の左辺に代入すれば，

$$\sum_{y}\Big\{\sum_{\lambda}A^{\lambda}\varphi_{\lambda}(y)\Big\}\Big\{Gm(\mu y)+\frac{1}{4}Gs(\mu y)+\frac{1}{4}Gs'(\mu y)+\delta\mu y\cdot Gc\Big\}$$

$$=\sum_{\lambda}A^{\lambda}\Big[\sum_{y}\Big\{Gm(\mu y)+\frac{1}{4}Gs(\mu y)+\frac{1}{4}Gs'(\mu y)\Big\}\varphi_{\lambda}(y)\Big]+\sum_{\lambda}A^{\lambda}\varphi_{\lambda}(\mu)\cdot Gc$$

ここにφ（y）は中げたに関する正規化された相似荷重群とする。

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{y}\varphi_{\lambda}(y)\,Gm(\mu y)=r_{\lambda}\cdot\varphi_{\lambda}(y)\\&\sum_{y}\varphi_{\lambda}(y)\,Gi(\mu y)=\sum_{k}r^{i}_{\lambda k}\,\varphi_{k}(\mu)\qquad(i=s\text{及び}s')\end{aligned}\right\}\quad\cdots\quad(2)$$

なる関係を用いると上式は次の如くなる。

$$\sum_{k}\Big\{A^{k}r_{k}+\frac{1}{4}\sum_{\lambda}A^{\lambda}(r^{s}_{\lambda k}+r^{s'}_{\lambda k})\Big\}\varphi_{k}(\mu)+\Big\{\sum_{k}A^{k}\varphi_{k}(\mu)\Big\}Gc$$

ここで　$A^{k}r_{k}+\frac{1}{4}\sum_{\lambda}A^{\lambda}(r^{s}_{\lambda k}+r^{s'}_{\lambda k})=\frac{3}{2}A^{k}\gamma$　$\cdots\cdots$　(3)

とおけば，横げたの数に等しい連立式を得る。即ち

$$\sum_{\lambda}A^{\lambda}\Big\{\Big(r_{k}-\frac{3}{2}\gamma\Big)\delta_{k\lambda}+\frac{1}{4}(r^{s}_{\lambda k}+r^{s'}_{\lambda k})\Big\}=0\quad\cdots\cdots\quad(3)'$$

$$(k=1,2,\cdots\cdots n)$$

A^{λ}の何れもが同時に零ならざる値を有するためには，(3)′のA^{λ}の係数行列式が零なることを要する。即ち

$$\left|\Big(r_{k}-\frac{3}{2}\gamma\Big)\delta_{\lambda k}+\frac{1}{4}(r^{s}_{\lambda k}+r^{s'}_{\lambda k})\right|=0\quad\cdots\cdots\quad(4)$$

(4)式を満足する固有値γ_{ν}に相応して　A^{λ}_{ν}（$\lambda=1，2\cdots\cdots n$）の割合が定まるから，$A^{\lambda}_{\nu}$の中１ケを適当に定めれば，固有値$\gamma_{\nu}$に相応する分配不静定力群

$$\bar{\varphi}_{\nu}(y)=\sum_{\lambda}A^{\lambda}\varphi_{\lambda}(y)\quad\cdots\cdots\quad(5)$$

を得る。

之より，$X_m(y)=\bar{\varphi}_{\nu}(y)$なるときは(3)の関係から(1)の左辺は結局次の如くあらわされる。

$$(3/2 \cdot \gamma_\nu + G_c)\ \bar{\varphi}_\nu\ (\mu) \qquad (6)$$

$\gamma_\nu \to r_\nu$ ，$\bar{\varphi}_\nu \to \varphi_\nu$ とすれば，直角格子げたの場合となる。

4．荷 重 群

固有値 γ_ν に相応する分配不静定力群 $\bar{\varphi}_\nu$（y）に対応する i けた上の荷重群を

$$\psi_{\nu i}\ (y) = \sum_\lambda B^\lambda_{\nu i} \varphi_\lambda\ (y) \qquad (7)$$

とし，$B^\lambda_{\nu i}$ は次の連立式より定めることにする。

$$\sum_\lambda r^i_{\lambda k}\ B^\lambda_{\nu i} = \gamma_\nu\ A^k_\nu\ (k = 1, 2 \cdots\cdots n) \qquad (8)$$

然るときは

$$\sum_y \psi_{\nu i}\ (y)\ G i\ (\mu y) = \gamma_\nu \cdot \bar{\varphi}_\nu\ (\mu) \qquad (9)$$

となる。

a） 中げた上の荷重（i＝m）

$r^m_{\lambda k} = \delta_{\lambda k} r_\lambda$ であるから，(8)より

$$B^\lambda_{\nu m} = \gamma_\nu / r_\lambda \cdot A^\lambda_\nu \qquad (10)$$

次に(1)の右辺において　$P_m\ (y) = k_{\nu m}\ \psi_{\nu m}\ (y)$，

$P_s\ (y) = P_{s'}\ (y) = 0$　として　(6)と等置すれば，(9)の関係を用いることにより

$$K_{\nu m} = \frac{3}{2} + \frac{G_c}{\gamma_\nu} \qquad (11)$$

を得る。

b） 耳げた上の荷重（i＝s）

a）と同様に(1)の右辺において，$P_s\ (y) = K_{\nu s}\ \psi_{\nu s}\ (y)$，$P_m\ (y) = P_{s'}\ (y) = 0$ として

(6)と等置すれば

$$K_{\nu s} = -2\left(\frac{3}{2} + \frac{G_c}{\gamma_\nu}\right) \qquad (12)$$

以上より，i けた上の荷重を $\sum_\nu P^\nu_i\ \psi_{\nu i}$（y）に展開すれば，分配不静定力は

$$\sum_\nu \frac{P^\nu_i}{K_{\nu i}}\ \bar{\varphi}_\nu\ (y) \qquad (13)$$

5．荷重展開関数

$\psi_{\nu i}(y)$は一般に直交性を満足しないから

$$p_i^\nu = \Sigma P_i(y) \cdot \varphi_{\nu i}^*(y) \qquad (14)$$

なる如き荷重展開関数 $\varphi_{\nu i}^*(y)$ を与えておくのが便利である。即ち

$$P_i(y) = \sum_\nu p_i^\nu \psi_{\nu i}(y) = \sum_\nu p_i^\nu \left\{ \sum_\lambda B_{\nu i}^\lambda \varphi_\lambda(y) \right\} = \sum_\lambda \left\{ \sum_\nu p_i^\nu B_{\nu i} \right\} \varphi_\lambda(y)$$

一方 $P_i(y)$ を相似荷重群 $\varphi_\lambda(y)$ に展開すれば

$$P_i(y) = \sum_\lambda C_i^\lambda \varphi_\lambda(y)$$

両式を等置すれば

$$\sum_\nu p_i^\nu B_{\nu i}^\lambda = C_i^\lambda \qquad (15)$$

(16) をp について解いたとき

$$p_i^\nu = \sum_\lambda \beta_{\lambda i}^\nu C_i^\lambda \qquad (16)$$

を得れば

$$p_i^\nu = \sum_\lambda \beta_{\lambda i}^\nu C_i^\lambda = \sum_\lambda \beta_{\lambda i}^\nu \left\{ \sum_y P_i(y) \varphi_\lambda(y) \right\} = \sum_y P_i(y) \left\{ \sum_\lambda \beta_{\lambda i}^\nu \varphi_\lambda(y) \right\}$$

依つて

$$\varphi_{\nu i}^*(y) = \sum_\lambda \beta_{\lambda i}^\nu \varphi_\lambda(y) \qquad (17)$$

結局3本主けたよりなる斜角格子けたでは，分配不静定力に対しては相似荷重群 $\varphi_\nu(y)$，r_ν の代りに $\bar{\varphi}_\nu(y)$，γ_ν を用い，i けた上の荷重を正規直交荷重群 $\varphi_\nu(y)$ の代りに $\varphi_{\nu i}^*(y)$ を用いて展開すれば，直交格子けたと同様な取扱いで分配不静力が得られる。