

## MCMC法を用いたトンネル湧水・ヒ素流出モデルのパラメータ同定

岐阜大学工学研究科

学生会員

○スリダグレン

岐阜大学工学部

学生会員

秋山和早

岐阜大学工学部

正会員

篠田成郎

### 1. はじめに

土壤汚染対策法（2003年施行，2010年・2017年改正）によりトンネルズリ土の適正処分が不可欠となっており，自治体ごとにトンネル湧水の適正管理も規定されている．とくに最近では，リニア中央新幹線建設などの大規模なトンネル掘削時のトンネル湧水に含まれる重金属類等の扱いが重要になっている．

トンネル湧水および含有物質の動態把握には，湧水の流出解析および物質移流・分散解析<sup>1)2)3)</sup>が適用されるが，これらのモデルパラメータの推定は容易ではなく，パラメータの尤もらしさを客観的に保証することが望まれる．

一方，近年，大気・気象モデルや生物モデルなどの分野において，データ同化手法が適用されるようになってきている<sup>4)</sup>．この手法は，観測モデルとシステムモデルをベイズの定理に基づいて関係づけることにより，モデルパラメータなどの条件に関する尤度から尤もらしい同定値を推定する方法である．MCMC(モンテカルロ・マルコフチェーン)法はデータ同化手法の中で最も簡単で汎用性の高い方法と言われている．そこで，本研究では，大久保ら<sup>5)</sup>により提案されたトンネル湧水流出・ヒ素流出簡易モデルを例として，MCMC法の適用可能性を明らかにすることを目的とする．

### 2. トンネル湧水流出・ヒ素流出簡易モデル概要

大久保ら<sup>5)</sup>は，トンネル湧水中に環境基準を超えるヒ素が含まれる岐阜県内のAトンネルを対象として，トンネル湧水量およびヒ素濃度を簡易的に推定できるモデルを構築した．このモデルでは，地質縦断図を参考にして，地表面からトンネル部にかけて鉛直下方に表層土壌層(A層)，岩層層(B層)，基岩層(C層)が積み重なる区間とB層・C層を鉛直方向に貫入する断層(D層)の存在区間に分け，各層での水分移動を貯留関数法<sup>6)</sup>で，ヒ素の移動を鉛直1次元移流・分散方程式<sup>2)3)</sup>でそれぞれ表現している．水分移動を表すトンネル湧水流出モデルでは各層の間隙率

と水分流出率がパラメータ(合計8個)として与えられる．一方，ヒ素流出モデルでは，間隙流速に応じて変動する溶出濃度(移流・分散方程式における溶出項)の定義において用いる最小溶出ヒ素濃度とヒ素が存在すると想定されるC層とD層を通過する水分経路ごとの初期濃度がパラメータ(合計4個)となる．これらのモデルによる推定結果を観測結果に合うように試行錯誤によってパラメータを決定し，得られた推定結果と観測結果との比較を図-2に示す．

Q, CおよびLはそれぞれ湧水流量，ヒ素濃度およびヒ素負荷量を表し，添字のobsが観測値，sim\_T&Eが試行錯誤パラメータによる推定値を示す．このモデルでは，積雪・融雪を水・熱収支モデルによって表現しているものの，2011年12月～2012年3月の期間における推定値に若干の相違が生じている．なお，各層における初期水分量の影響は2ヶ月ほどで無くなるため，最初の観測値が得られている時期から3ヶ月遡った時点から推定計算を行うこととしてある．

### 3. MCMC法によるパラメータ同定

#### 3.1 MCMC法でのパラメータ同定の考え方

MCMC法では乱数を用いて多数のパラメータセットを生成し，これによる推定値と観測値との差から尤度を求め，事後確率が最大となるパラメータセットを同定値とする．この際，パラメータ生成時の乱数の変動幅やパラメータの上下限値を適切に与えることが大切になる．パラメータの上下限値については理論的に想定される値を設定すれば良いが，乱数変動幅については，いくつかのケースで試行して，乱数生成繰り返しに伴うパラメータの変動性，事後確率分布形状およびGeweke統計量<sup>6)</sup>を用いてMCMC同定結果の正当性を確認することが一般的となる．

#### 3.2 トンネル湧水流出モデル

MCMC同定の対象パラメータ数が多くなると，パラメータ間の干渉により，パラメータの変動が一様で無くなり，マルコフ性を保証できなくなる．そこで，間隙率については各層の地層・地質に関する一般

的な値を仮値として与え、各層の水分流出率をMCMC同定した。また、これにより求められる水分流出率を用いて間隙率をMCMC同定し、パラメータ値を調整した。

MCMC同定結果の一例として、D層における水分流出率の事後確率分布を図-2に示す。この確率分布の最頻値が同定値となる。また、MCMC法により同定されたトンネル湧水流出モデルのパラメータを用いた推定結果 $Q_{sim\_MCMC}$ を図-1の上段に示す。2011年期間でのMCMC推定結果が試行錯誤推定結果よりも悪くなっているが、積雪・融雪期の一致度は高くなっており、期間全体としての精度は向上している。

### 3.3 ヒ素流出モデル

同定対象となる4つのパラメータを同時にMCMC同定すると相互干渉によるパラメータ更新変動の不安定化を招くことが確認された。そこで、まず、はじめに最小溶出ヒ素濃度とD層のみを経由する水分移動に関する初期濃度の2つをMCMC同定し、ついで残りのC層のみおよびC層からD層を経由する水分移動に関する2つの初期濃度をMCMC同定した。

図-3は、これらのMCMC同定の一例として、最小溶出ヒ素濃度に関する事後確率分布を表す。ヒ素濃度とヒ素負荷量に関して、このようにしてMCMC同定されたパラメータを用いた推定値(添字sim\_MCMC)と観測値との比較を図-1の下段に示す。試行錯誤による結果との相違はわずかであるが、MCMC法により同定されたパラメータを用いた推定値は観測値の変動傾向をよく表している。

## 4. 終わりに

試行錯誤から得られるパラメータとMCMC同定されるパラメータとの相違はほとんど無く、推定結果に関するMCMC法の優位性は確認できない。しかし、MCMC法では事後確率分布から同定値の尤もらしさが保証されているため、試行錯誤で得られたパラメータが尤もらしい値となっていたことの証しであるとも理解できる。一方、MCMC法であってもパラメータ更新時の乱数の最適変動幅設定や同定対象パラメータセットの選択などにおいて、試行錯誤が残ってしまっており、尤もらしいパラメータを見出す手法としての優劣を付けることも容易ではない。ただし、MCMC法適用時に得られたノウハウとしては、如何なる乱数の変動幅設定やパラメータセットの組

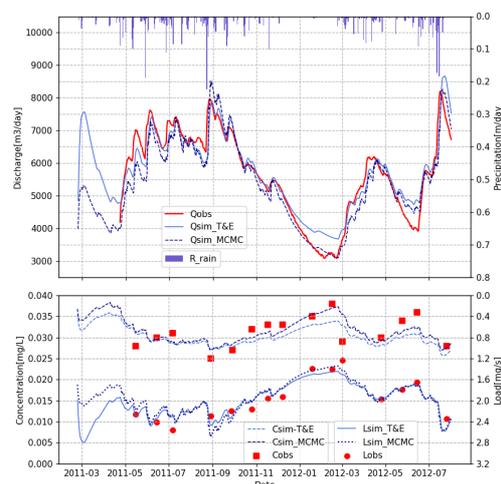


図-1 トンネル湧水量、トンネル湧水中ヒ素濃度および負荷量に関する実測値と推定値との比較

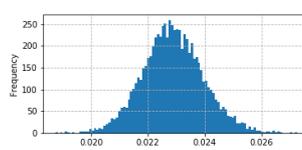


図-2 D層鉛直水分流出率の事後確率分布

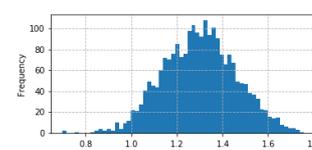


図-3 最小溶出ヒ素濃度の事後確率分布

み合わせであっても、マルコフ性が満足された場合の同定結果はいずれもほぼ同じ値となることが分かった。つまり、マルコフ性が満たされるMCMC同定結果であれば、その尤もらしさおよび一意性が保証されているとも考えられる。この点こそが、MCMC法によるパラメータ同定の利点となるであろう。

本稿では、同定対象パラメータ数が少ない簡易モデルを対象としたMCMC法の適用可能性を検討した。飽和・不飽和浸透流解析や移流・分散解析の汎用アプリケーション利用における最適パラメータ探索時にも、ここで得られたMCMC法適用上のノウハウは有用になると考えられる。

### 参考文献

- 1) 西垣誠：1.講義を始めるにあたって、講座移流分散解析入門，土と基礎，Vol.50，No.9，pp.59-60，2002。
- 2) 菱屋智幸：2.地盤内の物質移動の支配方程式(その1)，講座移流分散解析入門，土と基礎，Vol.50，No.9，pp.61-64，2002。
- 3) 菱屋智幸：3.地盤内の物質移動の支配方程式(その3)，講座移流分散解析入門，土と基礎，Vol.50，No.10，pp.53-58，2002。
- 4) 豊田秀樹：マルコフ連鎖モンテカルロ法，朝倉書店，2008。
- 5) 大久保ら：山地におけるトンネル湧水による自然由来ヒ素の流出特性，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，2019
- 6) J.Geweke：Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments，Oxford University Press，169-193，1992。