

座屈荷重制約付き剛性最大化手法の性能検討

名古屋大学 学生会員 ○横山 翔也
 名古屋大学 正会員 干場 大也
 名古屋大学 正会員 加藤 準治

1. はじめに

トポロジー最適化は、有限要素法などの構造解析手法を応用した最適化問題を解くことで、設計空間内の最も合理的な材料配置を求める手法である。近年の積層造形技術の発展もあり、自由な形状表現を許容できるトポロジー最適化は有力な設計支援ツールとして期待されている。

しかし、トポロジー最適化結果として得られた構造を実際に造形し強度試験を行うと、しばしば期待されている性能が得られないことがある。この原因の一つとして、座屈の影響が挙げられる。一般的なトポロジー最適化の枠組みでは、線形問題を前提としていることや細長い部材が表れやすいといった特徴から、構造全体および局部的に最適化計算では想定していない座屈が生じる傾向がある。

そこで、最適化問題に線形座屈解析を組み込むことで構造の座屈挙動を制御し、強度の向上を目指す手法が提案されている [1]。しかしこの手法には「有限変形領域の座屈現象を正しく評価できない」「収束性が悪く局所解に陥りやすい」等の問題点が挙げられている。そこで本研究では、有限要素解析プログラムをもとに線形座屈解析制約付きトポロジー最適化アルゴリズムを実装し、上記の問題に係る性能を検証する。

2. 座屈荷重制約を含む剛性最大化問題

本研究では、一般的なコンプライアンス最小化問題（剛性最大化問題）に座屈荷重制約条件を加えて、最適化問題を以下のように設定する。

$$\text{minimize} \quad c = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2)$$

$$\min |\lambda_j| \geq \underline{\lambda} > 0 \quad (3)$$

$$V \leq V_0 \quad (4)$$

$$0 < s_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{u} は接点変位ベクトル、 \mathbf{K} は剛性マトリックス、 \mathbf{f} は外荷重ベクトル、 λ_j は j 番目の線形座屈荷重

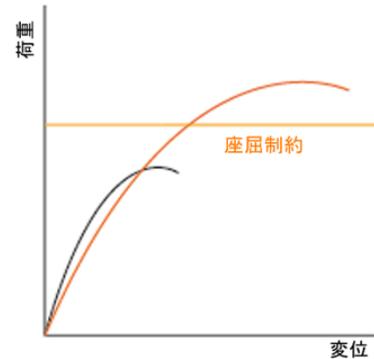


図-1 座屈荷重制約付き剛性最大化問題の概念図

係数、 V は使用材料体積であり、 $\underline{\lambda}$ および V_0 はそれぞれ λ_j および V に対して与える制約値である。 s_i は設計変数であり、有限要素メッシュで離散化された i 番目の要素の材料密度である。この最適化問題における座屈制約の概念図を図-1 に示す。すなわち、構造の最小座屈荷重 λ_j が定数 $\underline{\lambda}$ を下回らない制約のもとで、荷重-変位曲線の傾きを最大化することを意図している。

また、 λ_j は以下の式に基づく固有値解析によって求められる。

$$(\mathbf{K} - \lambda_j \mathbf{K}_G) \boldsymbol{\psi}_j = \mathbf{0} \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{K}_G は初期応力を参照する幾何剛性行列、 $\boldsymbol{\psi}_j$ は λ_j に対応する座屈モードベクトルである。なお、本研究では固有値解析アルゴリズムとして subspace 法を用いた。subspace 法は大規模な剛性行列において複数の固有値を求める際に有用な手法として知られている。なお、全ての固有値を計算するのは計算コスト面で非現実的であるので、ここでは正の固有値のうち最小のもの 2 つを計算し、それを式 (3) に入力している。

本研究では勾配法による最適化アルゴリズムを用いており、制約関数の感度として $\partial \lambda_j / \partial \mathbf{s}$ を計算する必要がある。このために随伴変数法を用いて、式 (3) および式 (6) をもとに感度評価式および随伴方程式を導出しているが、ここでは紙面の都合上割愛する。



図-2 最適化計算における各種条件

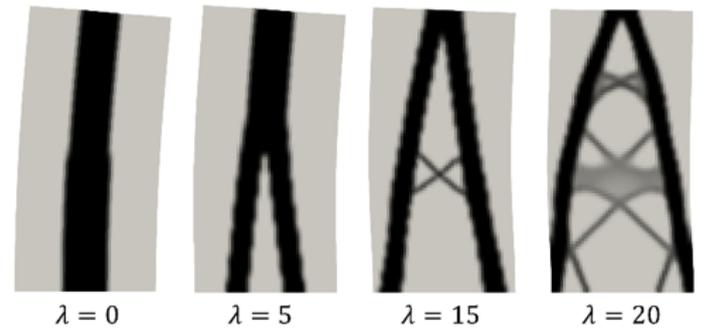


図-4 最終ステップの固有値解析結果 (1次モード)

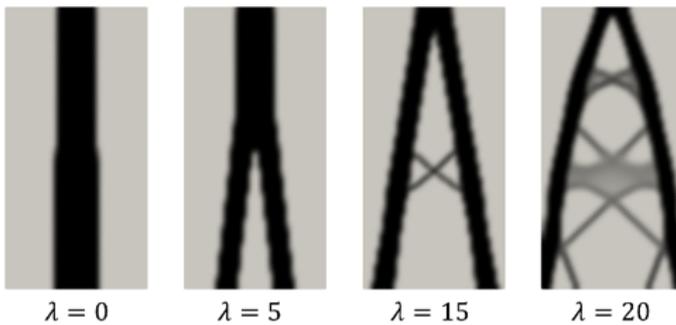


図-3 最適化結果

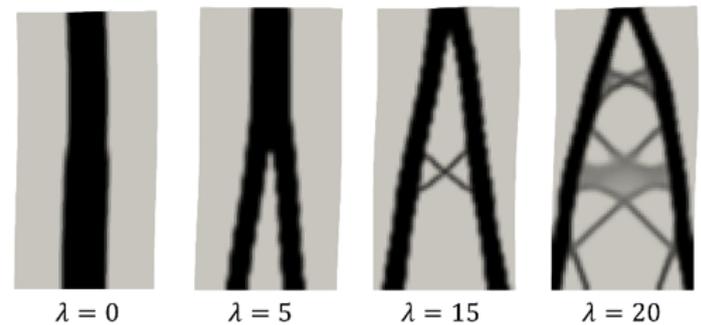


図-5 最終ステップの固有値解析結果 (2次モード)

3. 最適化計算例

線形座屈解析を用いた最適化計算の評価のために、実際に数種類の座屈制約を設定し、最適化計算を行った。計算における各種条件は図-2の通りである。座屈制約については制約なし ($\lambda = 0$)、制約弱 ($\lambda = 5$)、制約中 ($\lambda = 15$)、制約強 ($\lambda = 20$) の4種類とした。

最適化結果を図-3に示す。制約を与えなかったものは単純な棒状になり、制約を強く与えるほど二股状の複雑な形状へと変化していく様子が確認できる。また、 $\lambda = 20$ のケースにおいて、グレースケール (材料が'1-0'に収束せずに停留する) が見られた。これについて、過度な制約条件によって設計空間における目的関数の非凸性・不連続性が強まり、好ましくない局所最適解へ停留したと考えられる。

また、最適化の最終ステップにおける固有値解析の結果として、1次の座屈モードの変形図を図-4、2次の座屈モードの変形図を図-5に示す。これらは最適化の過程において常に最小の座屈荷重および座屈モードが制御された結果、最終的に得られた構造の最小座屈モードである。座屈制約を強く与えるほど最適構造が複雑な座屈モードを示し、座屈時の変形量が小さく

なっていることがわかる。

4. まとめ

本研究では、線形座屈荷重制約を加えたトポロジー最適化計算例を実行し、その計算結果をもって性能について検証した。与えた座屈制約の値による最適構造の変化、グレースケールの発生、最適化計算の過程における最小座屈モードの遷移についてその傾向を確認した。この結果を踏まえて、実際の強度および座屈挙動との整合性を確かめるために、有限変形解析および実際に造形しての強度試験の実施を検討している。

参考文献

- [1] Xingjun Gao, Haitao Ma: Topology optimization of continuum structures under buckling, Computer and Structures 157, 2015