

# フラクタル次元と点密度を用いた簡便な毛細管空隙の空間分布構造評価法の提案

金沢大学 学生会員 山下 総司  
金沢大学 正会員 五十嵐心一

## 1. 序論

コンクリート構造物の耐久性と物質透過性には相関がある。物質透過性の主たる経路は、毛細管空隙であるので、これを評価することの意義は大きい。空隙構造の評価においては空隙の量とその分布、およびその連続性を把握することが要求される。従来、このために多くの手法が用いられてきたが、現代では画像を用いることが一般的であり、かつ直感的な理解も容易である。

一般的な2次元画像を考えたとき、対象の量の評価は従来の1次のステレオロジー量として比較的簡単に行えるが、分布や連続性の評価にはより高度な情報と手法が必要となる。著者らはこの点に関して2次のステレオロジー量を用いることを提案し、簡便な評価法として分布には点過程法を、連続性には2点相関法(共分散法)を用いてきた。

これらの評価は本質的には幾何学的特徴の評価であって、以上の評価をまとめて簡単に行える手法としてフラクタル次元の評価が挙げられる。かつてはこれを求めるためのプログラム開発等が必要であったが、現在ではフリーソフトウェアも普及して、その評価はきわめて容易である。そこで本研究においては簡便に毛細管空隙構造を評価することを目的として、フラクタル次元と点密度を用いた評価法を提案し、それらの相互の対応および2点相関関数との一致性について論ずることを目的とする。

## 2. 実験概要

### 2.1 供試体および反射電子像観察試料の作製

普通ポルトランドセメント(密度=3.15g/cm<sup>3</sup>, 比表面積=3310cm<sup>2</sup>/g)を使用し、JIS-R5202 および JSCE-F506 に従い水セメント比が 0.50 の直径 50mm, 高さ 100mm のセメントペースト円柱供試体を作製した。打ち込み後 24 時間において脱型し、所定材齢まで 20℃にて水中養生を行った。材齢 1, 3, 7, 28, および 91 日において円柱供試体の中心部から試料を切り出し、試料の凍結真空乾燥処理を行った後、真空樹脂含浸装置を用いて低粘度エポキシ樹脂を含浸させた。樹脂の硬化後、

表面を研磨し金-パラジウム蒸着処理を行って、反射電子像観察試料を得た。

### 2.2 反射電子像観察および画像解析

走査型電子顕微鏡を用いて反射電子像を観察倍率 500 倍にて取得した。取得した反射電子像の2値化処理を行い、粗大毛細管空隙相(P)を抽出した2値画像を取得し、その面積率を求めた。また、抽出された粗大毛細管空隙の重心位置を求め、各空隙を重心点で代表させて点過程へ変換した。取得した2値画像の空隙個数を用いて、粗大毛細管空隙の点密度 $\lambda$ (個/ $\mu\text{m}^2$ )を求めた。また、その2値画像を用いて以下の2点相関関数およびフラクタル次元 $D_F$ を求めた。

### 2.3 2点相関関数(TPF)

2点相関関数とは、ある長さ  $r$  の線分を画像にランダムに落とした時に、その両端が同一相に載る確率関数である。線分の両端の座標を  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  ( $r=|\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2|$ ) とするとき、着目相 P の2点相関関数  $S_2(r)$  は式(1)のように定義される。

$$S_2(r) = Pr\{1(\mathbf{x}_1 \in P), 1(\mathbf{x}_2 \in P)\} \quad (1)$$

2点相関関数値は  $r=0$  のとき、着目相の面積率  $\phi_0$  を示し、ある距離で  $\phi_0^2$  に収束する。(図-1 a))

### 2.4 フラクタル次元 $D_F$

画像解析ソフトウェアのコマンドを用いて、ボックスカウント法による毛細管空隙のフラクタル次元を求めた。フラクタル次元 $D_F$ の定義を式(2)に示す。

$$D_F = -\frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \quad (2)$$

$\varepsilon$ : ボックス寸法,  $N(\varepsilon)$ : 寸法  $\varepsilon$  における被覆ボックス数

## 3. 結果および考察

図-2 に毛細管空隙の2値画像を示す。材齢の経過と

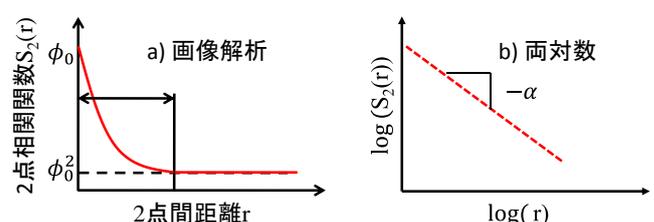


図-1 2点相関関数の模式図

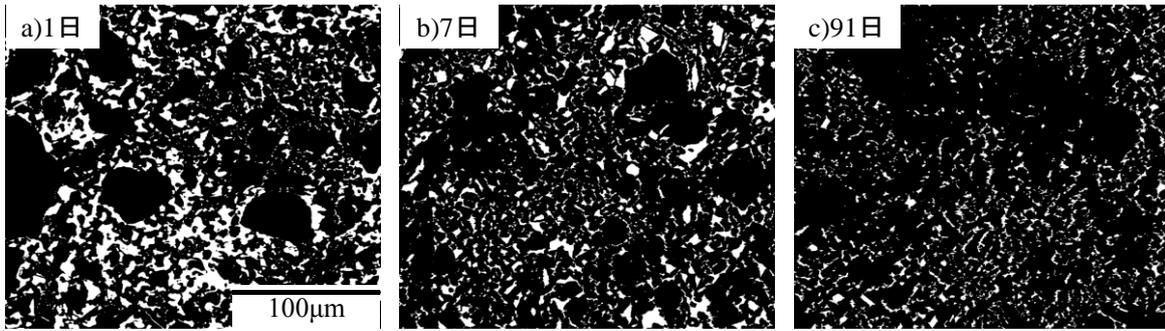


図-2 材齢の経過ともなう空隙構造(白色)の変化

ともに毛細管空隙構造は細分化が進行し、初期には領域全体をネットワーク状に覆う構造であるのが、長期材齢では空間内に点が分布するように変化している。このことをフラクタル次元と点密度の関係として表すと図-3のようになる。材齢の経過とともにフラクタル次元が減少している。これは、毛細管空隙が複雑な構造からより単純な構造に変化したことを示し、画像から得られる印象と矛盾しない。また、点密度は材齢の進行とともに増大し、長期材齢においてはその変化は小さい。これは、水和反応の進行とともに反応生成物が空隙を分断する傾向が初期の材齢で顕著に表れ、それ以降は空隙を充填傾向が強く現れることによって、空隙の個数が減少することを示唆する。しかし、構造の単純化と空隙数の増加を表す構造を直感的には理解しにくい。

フラクタル次元はその画像の特性値である。一方において、2点相関関数とも関連づけられる。フラクタル次元は両対数表示した2点相関関数の傾き $-\alpha$ と式(3)で表される関係がある。

$$D_F = d - \alpha \tag{3}$$

$d$ :空間次元,

$-\alpha$ :両対数をとった2点相関関数の傾き

よって、フラクタル次元がソフトウェアにより簡単に

求められるならばその直線部の傾きは自動的に決定され、1次のパラメータと組み合わせることで2点相関関数が求められることになる。(図-1 b)

図-4に画像より直接求めた2点相関関数とフラクタル次元より求めた2点相関関数を比較したものを示す。フラクタル次元から簡便に求めた2点相関関数は、実際の2点相関関数とよく一致しており、材齢の進行にもなう変化を適切に表しているようである。2点相関関数が一定値に収束するまでの距離は構造距離と称され、分布を特徴づける重要なパラメータとされる。また、この距離に至るまでの関数下の面積から様々なパラメータが定義されるがこの面積は物質透過性を反映する<sup>1)</sup>。すなわち、フラクタル次元を単純にソフトウェアの機能によって求め、1次のステレオロジー量と組み合わせるだけで空間分布構造がおおよそ把握できることとなり、結果として、物質透過性の判断に有用な手段となる。

#### 4. 結論

点密度もフラクタル次元も一般的な画像解析ツールを用いて容易に得られるパラメータであり、両者を用いることで、2次のステレオロジー量が簡単に求められることができると考えられる。

#### 5. 参考文献

[1]内藤ら, 土木学会論文集E2, Vol.67, No.3, pp.462-473, 2011

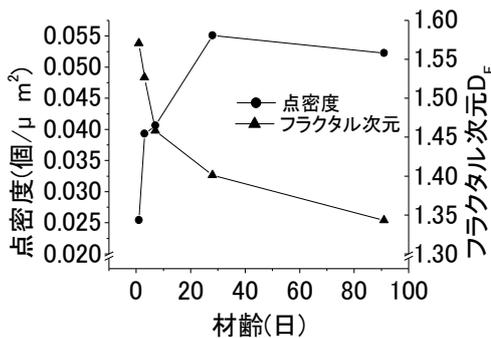


図-3 材齢の経過ともなう点密度とフラクタル次元の変化

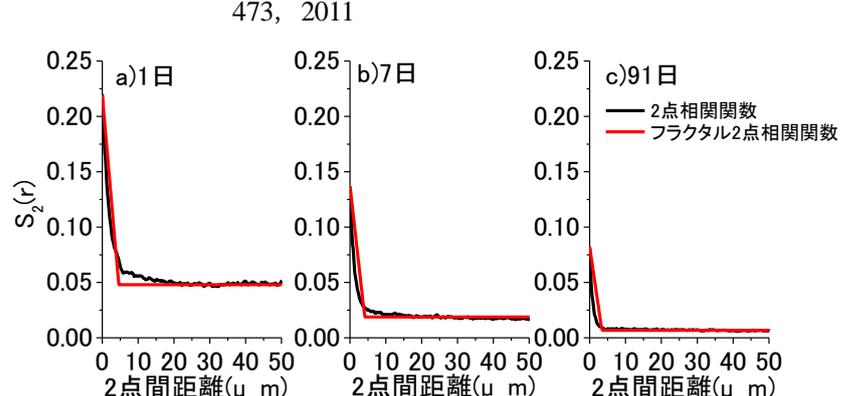


図-4 2点相関関数とフラクタル次元より求めた2点相関関数の比較