

バネ・質点系アナロジーによる道路ネットワークの脆弱リンクの探索について

金沢大学大学院 学生会員 ○坪川秀太郎

金沢大学 非会員 Tran Thanh Hai

金沢大学 正会員 小林俊一 中山晶一郎

1 はじめに

日本では地震などの自然災害を多く経験し道路ネットワークの重要性が深く認識されるようになった。ネットワーク整備ではどの道路が脆弱であるか特定することが重要になる。著者らはネットワークの数理的表現と1次元バネ・質点系の力学アナロジーに着目し、道路ネットワークの特性を分析する方法について検討してきた。本研究では、力学アナロジーモデルによりネットワーク代表する拠点ノード間に強制的な伸び変形を与えるストレステストに基づいて、一連のバネに蓄積される弾性エネルギーを指標とするリンク脆弱性評価手法を提案し、その特性を検討する。

2 関係する数学と提案手法の定式化

(1) 道路ネットワークの数学的記述¹⁾

本研究で利用する道路ネットワーク情報はノードとリンクおよびリンク長である。道路ネットワークにおけるリンクとノードの接続関係を記述するために、重み付き隣接行列 $\mathbf{A}$ を用いる。その成分 A_{ij} はノード i, j 間にリンクが接続するときはリンク距離の逆数による重み $A_{ij} = 1/l_{ij}$ 、非接続のときは0とする。各ノードに接続するリンクの重みの和を次数と呼び、次数を対角成分にもつ行列を次数行列 $\mathbf{D}$ と呼ぶ。ラプラシアン行列 $\mathbf{L}$ は隣接行列 $\mathbf{A}$ と次数行列 $\mathbf{D}$ を用いて以下で定義される。

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \quad (1)$$

(2) ラプラシアン行列とバネ質点系の力学アナロジー

バネ定数 k 、質点質量 m が一定値の場合、図-1 に示すバネ質点系の運動方程式は以下である。

$$m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \end{Bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \mathbf{F} \quad (2)$$

このとき、左辺の剛性行列は図-1 のリンク長をすべて1としたときのラプラシアン行列である。バネ定数をリンク長の逆数とすれば、上記で定義したラプラシアン行列と一致する。このように、道路ネットワー

クのラプラシアン行列と1次元のバネ質点系の振動問題は同じ数学的構造を有することが分かる。

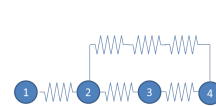


図-1 バネ質点系の例

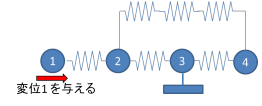


図-2 ディリクレ境界条件を与えたバネ質点

(3) ストレステストとリンク脆弱性評価指標

図-1 に示すバネ・質点系にはディレクトリ境界条件（変位拘束条件）が一切課されておらず、浮遊したような状態である。これに対して図-1 に示すように、特定の拠点ノード I に単位量の強制変位、残りの拠点ノードにゼロ変位を与えるディリクレ境界条件を与える。この境界条件下で加速度項を無視した静的解析を行い、得られた変位解 u_i, u_j から各リンク (i, j) の伸び量の絶対値 $|x_{ij}^I|$ を計算する。これを拠点ノード I に関する「ストレステスト」と呼ぶ。

$$|x_{ij}^I| = |u_i - u_j| \quad (3)$$

ストレステストをすべての拠点ノードに実施し、ストレステストで得られた伸び量からリンクに蓄積される弾性エネルギー E_{ij}^I を求め、各リンク (i, j) ごとに、弾性エネルギー E_{ij}^I について総和 E_{ij} をとる。

$$E_{ij} = \sum_I E_{ij}^I = \sum_I \frac{x_{ij}^I}{2l_{ij}} \quad (4)$$

本研究では、この弾性エネルギー総和 E_{ij} を拠点ノード間におけるリンクの脆弱性指標とする。

なお、個々のリンクの特性はバネ定数で表しており、具体的には災害時の被災確率を考慮し、リンク長の逆数を用いている。リンク長の逆数を用いることで、拠点ノード間における直列バネにおいて、ノードによるバネ分割数や分割間隔によらず弾性エネルギーの総和を一定に評価できる。これはたとえネットワークに恣意的な分割を行ったとしても、弾性エネルギーに着目すればその影響を受けないことを意味する。

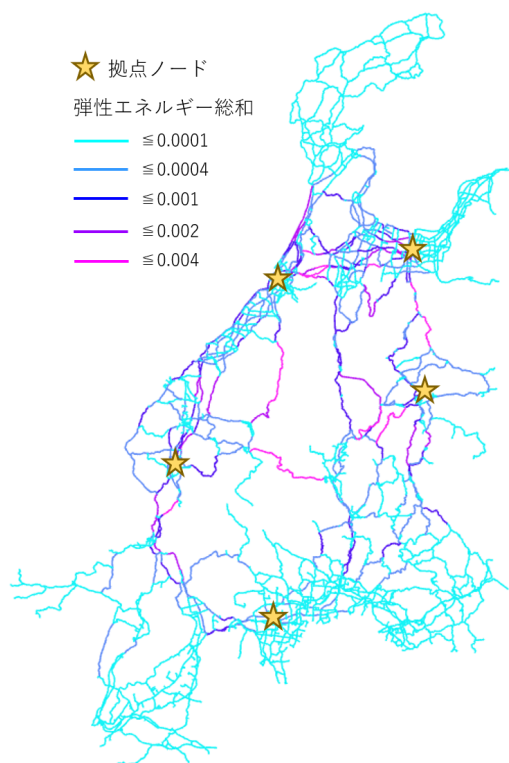


図-3 北陸・岐阜・滋賀の弾性エネルギー分布

3 緊急輸送道路ネットワークへの適用例

提案手法の適用例として、石川県・福井県・富山県・岐阜県の緊急輸送道路ネットワークを取り上げる。このネットワークデータは、国土数値情報ダウンロードサービス²⁾を利用した。同ネットワークは3538本のリンクと、2739個のノードから構成される。今回は、ネットワーク構造を考慮した上で、局所固有ベクトル中心性³⁾に基づき、あらかじめ5つの拠点ノードが与えられているものとする。

図-3に示す弾性エネルギー分布図について、その特徴を述べる。弾性エネルギーの大きなリンクは拠点ノード間を結ぶ最短経路上で地域の辺縁部に多い。ここは拠点ノード間の連結において代替経路も少なく、リンク長も大きいため、脆弱性が高く交通のボトルネックになりうる。一方、弾性エネルギーの小さいリンクについては拠点ノード間を大きく迂回するようなエリアまたは短いリンクが密に繋がって冗長性が高いエリアに多い。このようなエリアに属するリンクは、拠点ノード間の連結性にほとんど寄与しないリンクであり、脆弱性は比較的小さいと考えられる。

4 おわりに

道路ネットワークの脆弱リンク評価指標として、バネ・質点系の力学アナロジーに基づき、拠点ノード間に強制的な伸びを与えるストレステストにより得られるバネの弾性エネルギーを提案した。

- 拠点ノードにディリクレ境界条件を設定し、単位量の変位を与えた静的解析によって、リンクの伸び量を評価するストレステストを提案。
- すべて拠点でストレステストを行い、各リンクにおいて蓄積される弾性エネルギーの総和をとり、これをリンク脆弱性指標とした。
- 拠点ノード間を結ぶ最短経路上で、代替経路が少なくリンク長の大きいリンクは、拠点ノード間の連結に重要であり脆弱性が高い。一方で拠点ノード間の連結において冗長性が高いエリアのリンクは、拠点ノード間の連結性にほとんど寄与せず脆弱性は比較的低い。

今後の課題として、ストレステストで単位量の変位を与えることの明快な意味づけ、対象ネットワークの範囲選定に対する脆弱性指標のロバスト性や、実務上重要となる周辺の人口や経済活動の重要度を考慮したバネ定数の設定方法について検討していく予定である。拠点ノードの選定手法についても同様である。これらの議論を深め、提案手法を道路の施設整備などの意思決定に資する方法に高めていきたいと考えている。

謝辞： 本研究の一部は国土交通省新道路技術会議において採択され、国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 斎藤直樹：グラフ・ネットワーク上での応用調和解析，応用数理，Vol. 25, No. 3, pp. 1-15, 2015.
- 2) 国土数値情報ダウンロードサービス：
<http://nlftp.mlit.go.jp/ksj/>
- 3) 小林俊一，若林桂汰，坪川秀太郎，中山晶一郎：固有ベクトル中心性の概念を拡張したネットワーク上の拠点ノード抽出および領域分割手法の提案，土木学会論文集 D3, Vol. 74, No. 5, 2018.