

ばね質点系アナロジーを用いた道路ネットワークのリンク脆弱性評価法に関する提案

金沢大学大学院 学生会員 ○若林桂汰 坪川秀太郎
金沢大学 正会員 小林俊一 中山晶一郎

ワークのラプラシアン行列と一次元のばね質点系の振動問題は同じ数学的構造を有することが分かる。

1 はじめに

日本では地震などの自然災害を多く経験し道路ネットワークの重要性が深く認識されるようになった。ネットワーク整備ではどの道路が脆弱であるか特定することが重要になる。脆弱な部分が分かればそこを優先的に補強をするなど、道路ネットワークの整備において脆弱性は有効な指標の一つとなるからである。

本報告ではネットワークをグラフ化し、ばね質点系の振動問題と関連づけて、各リンクの負荷(リンクストレス)を求めることでリンク脆弱性を評価する。特に災害時に起こりうる物資拠点から避難所への物資輸送などを念頭に置き、エリアを代表する拠点間の接続性に着目した評価について紹介する。

2 道路ネットワークとバネ質点系のアナロジー

(1) 隣接行列とラプラシアン行列¹⁾

本研究で利用する道路ネットワーク情報はノードとリンクおよびリンク長である。道路ネットワークにおけるリンクとノードの接続関係を記述するために、重み付き隣接行列 A を導入する。その成分 a_{ij} はノード i - j 間にリンクが接続するときはリンク距離の逆数による重み $a_{ij} = 1/l_{ij}$ 、非接続のときは 0 とする。各ノードに接続するリンクの重みの和を次数と呼び、次数を対角成分にもつ行列を次数行列 D と呼ぶ。ラプラシアン行列 L は隣接行列 A と次数行列 D を用いて以下で定義される。

$$L = D - A \quad (1)$$

(2) ばね質点系の運動方程式

ばね定数 k 、質点質量 m が一定値の場合、図-1 に示すばね質点系の運動方程式は以下である。

$$m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \end{Bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = F \quad (2)$$

このとき、左辺の剛性行列は図-1 のリンク長をすべて 1 としたときのラプラシアン行列である。またばね定数をリンク長の逆数とすれば、上記で定義したラプラシアン行列と一致する。このように、道路ネット

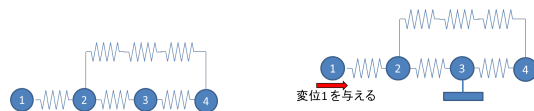


図-1 ばね質点系の例

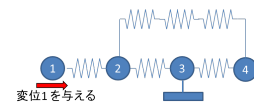


図-2 ノードを固定したばね質点系

(3) 固定条件を与えたラプラシアン行列

図-1 に示すばね・質点系にはディレトリ境界条件である変位拘束条件が一切課されておらず、浮遊したような状態である。これに対して特定のノード（質点）に強制的な変位を与えたときの静的な解を求めることを考える。例えば、図-2 に示すようなノード 1 に強制変位 1 を与え、ノード 3 を固定したときのケースでは、固定ノードの変位に制約条件 $u_1 = 1, u_3 = 0$ を課したとき、このばね質点系の静的な解を考える。ペナルティー法を用いれば図-2 の力のつり合い式は以下の形で表すことができる。

$$k \begin{bmatrix} 1+M & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2+M & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \times 1 \\ 0 \\ M \times 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに M はペナルティ定数で十分に大きな正の数を与える。この方程式の解の意味は「ノード 3 を固定した状態で、ノード 1 に静的に強制変位 1 を与えた時の全てのノードの変位」である。全てのノードの変位を求めた後、リンクの伸び縮みである両端ノードの変位差の絶対値を求める。この伸び縮み量を本報告では「リンクストレス (以下 LS)」と呼ぶ。

さて、変位拘束条件を与えるノードとしてエリアを代表する拠点ノードを考え、これらの拠点ノード間の接続性に着目したリンクの脆弱性評価を考えたい。このとき、拠点ノードの一つだけに強制変位 1 を静的に与え、その他の拠点ノードの変位を 0 に固定し、各リンクの LS を求める作業を本報告ではストレステスト (ST) と呼称する。各拠点ノードに強制変位 1 を与える ST に対し、各リンク毎に得られた LS の合計値を求めることで、拠点ノード間の接続性に着目したリンクの脆弱性を評価する。

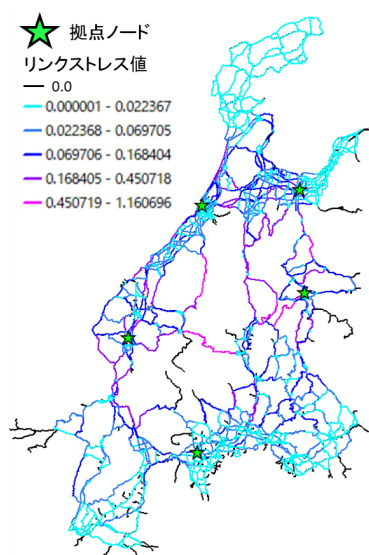


図-3 北陸・岐阜・滋賀のリンクストレス分布

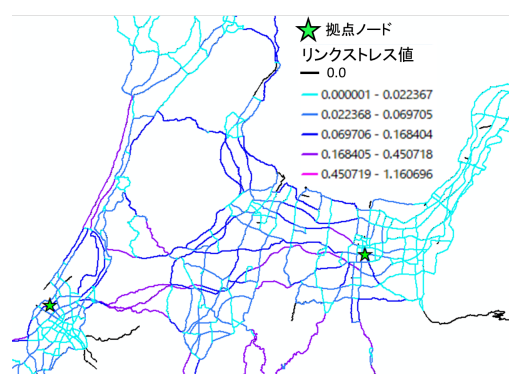


図-4 金沢-富山間のリンクストレス分布

3 緊急輸送道路ネットワークへの適用例

提案手法の適用例として、石川県・福井県・富山県・岐阜県の緊急輸送道路ネットワークを取り上げる。このネットワークデータは、国土数値情報ダウンロードサービス²⁾を利用した。同ネットワークは3539本のリンクと、2741個のノードから構成される。今回は、ネットワーク構造を考慮した上で、局所固有ベクトル中心性³⁾に基づき、5つの拠点ノードが与えられているものとする。各拠点ノード毎に強制変位1を与えるSTを実施し、各リンク毎に得られたLSの合計値でリンクの脆弱性を評価する。

図-3はLSの合計値の分布を示す。LSが大きなリンクは都市間を結ぶ辺境部に多い。その理由としては、辺境部を通る道路は迂回路がなく一本の長い道路であるので、ばね定数に対応するリンク長の逆数が小さくなり、リンクに大きな伸び縮みが発生するからで

ある。拠点から拠点へ直接向かう方向のリンクのLSも比較的大きな値となり、それ以外のリンクのLSは小さい。さらに、図-3中の黒で示したリンクはLSがゼロとなる713個のリンクである。これらは枝葉末節のリンクで、拠点間の接続性にはまったく影響しないリンクである。

図-4は同じ解析結果のうち金沢-富山間を拡大した図である。拠点間を直接結ぶ方向である東西方向に繋がるリンクのLSは大きく、それに直交する南北方向のリンクのLSが相対的に小さくなることが分かる。

4 おわりに

道路ネットワークのリンク脆弱性を評価するため、ばね質点系の力学問題とのアナロジーに基づく方法について提案した。拠点となるノードに強制変位条件(0 or 1)を与えばね質点系の静的問題を解き、ばねに生じる伸び縮みをリンクストレス (LS) と定義した。また、ある1つの拠点ノードのみに強制変位1、残りの拠点ノードをすべて固定(変位0)としたばね質点系の静的解析をストレステスト (ST) と定義した。

実道路ネットワークを用いた解析例では、都市間を結ぶ辺境部分のリンクの長いものが比較的脆弱であるという傾向、また拠点間を直接結ぶ方向を向くリンクのLSが大きく、それに直交するようなリンクのLSが小さくなるという傾向が見られた。

今後は、対象とするネットワークの範囲選定に対するLSのロバストネスや、リンクのリスク要因である斜面や地盤などに起因する重みの精緻化やそれらを考慮した解析について検討する予定である。

謝辞： 本研究の一部は国土交通省新道路技術会議において採択され、国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである。ここに記して感謝いたします。

参考文献

- 1) 斎藤直樹：グラフ・ネットワーク上での応用調和解析，応用数理，Vol. 25, No. 3, pp. 1-15, 2015.
- 2) 国土数値情報ダウンロードサービス：
<http://nlftp.mlit.go.jp/ksj/>
- 3) 若林桂汰，小林俊一，中山晶一郎：固有ベクトル中心性の概念を拡張したネットワーク分割手法の提案，土木計画学研究・講演集，Vol.56, P73, 2017