2次元空間における都心形成モデルの数値解析

金沢大学大学院　学生会員　○中村 孝一
金沢大学　正会員　高山 雄貴

1. はじめに

多くの大都市には，都心が複数箇所存在する．実際，東京には，副都心 (新宿，池袋，渋谷，上野・浅草，錦糸町・亀戸，大崎) や新都心 (さいたま，幕張，横浜みなとみらい 21) と呼ばれる地区が数多くある．そのため，複数箇所の都心形成は一般的な現象であると捉えられている．しかし，その形成メカニズムは未だ十分には明らかにされていない．

都市経済学分野では，これまでに都心形成メカニズムに関する数多くの研究がなされてきた（c.f., Fujita and Thisse[1)]）．それらのモデルの多くは，企業または家計のどちらかに着目して，都心形成メカニズムを説明している．しかし，単一都心の創発を説明することができる一方で，複数都心の創発を説明できないという課題が残されていた．

複数都心の創発が説明できる数少ないモデルとして，Fujita and Ogawa[2)] モデルがある．Fujita and Ogawa モデルは，住宅立地と企業立地が相互に関連していることに着目しており，企業と家計が同時に立地するモデルを構築することで，複数の都心が形成される均衡状態の存在を示した．さらに，中村・高山[3)] は，ポテンシャルゲームの性質を利用した分析により，複数都心が安定的な均衡状態として創発することを理論的に明らかにした．しかし，解析的にモデルの性質を示すことを優先しているため，立地点が少数のケース（2，3 地点のみ）しか分析していない．

そこで，本研究では，中村・高山のアプローチに基づき，多数の立地点が存在する都心形成モデルの数値解析を実施する．そして，中村・高山アプローチが大規模モデルにも適用可能であること，2次元空間においても複数の都心が形成されることを明らかにする．

2. モデル

(1) 都市内の状況設定

本モデルでは，離散的な K 箇所の立地点が線分上に並ぶ都市を考える．各立地点の面積は 1，隣接する立地点間の距離は d であると仮定する．この都市には，立地主体である家計と企業に加え，それらに床面積を供給するデベロッパーが存在する．

家計は，都市全体に固定的に N 存在する．立地点 $a \in \mathcal{I} \equiv \{1, 2, ..., K\}$ に居住し，立地点 $i \in \mathcal{I}$ に通勤する家計数を n_{ai} と表す．このとき，立地点 a の総家計数 N_a は，立地点 a に居住する家計数の合計（i.e., $N_a = \sum_{i\in\mathcal{I}} n_{ai}$）で表される．

家計は合成財・床面積の消費量に応じた効用を得る．ただし，Fujita and Ogawa[2)] と同様，家計が消費する床面積は固定的に s^{H} であると仮定する．したがって，立地点 $a \in \mathcal{I}$ に居住し，立地点 $i \in \mathcal{I}$ の企業に務める家計の効用水準は，その合成財消費量 z_{ai} に応じて定まる．合成財の価格を 1 に基準化すると，家計の財消費に関する効用最大化行動は，次のように表される:

$$\max_{z_{ai}} u(z_{ai}) \qquad \text{s.t.} \quad w_i = z_{ai} + r_a s^{\mathrm{H}} + t d_{ai} \qquad (1)$$

ここで，w_i は勤務先 i で稼いだ所得，r_a は立地点 a の地代，t は単位距離あたりの通勤費用，$d_{ai} = |a - i|d$ は立地点 a から i の距離である．

本稿では，1 単位の家計が 1 企業で働くように企業数の単位を基準化する．このとき，立地点 i の企業数 M_i は，立地点 i に通勤する家計数と一致する（i.e., $M_i = \sum_{a\in\mathcal{I}} n_{ai}$）．

企業は，参入や撤退が自由であり，完全競争下で財を生産する．財の生産には，s^{F} 単位の床面積と 1 単位の労働を投入する必要があり，その生産額は都市内の他企業とのコミュニケーション水準に応じて定まると仮定する．このとき，立地点 i の企業の利潤 π_i は次のように与えられる:

$$\pi_i = F_i(\boldsymbol{M}) - r_i s^{\mathrm{F}} - w_i \qquad (2)$$

このとき，立地点 i の企業の生産額 $F_i(\boldsymbol{M}) = \alpha \sum_{j\in\mathcal{I}} \phi^{|i-j|} M_j$ であり，多くの企業が近接して立地し，コミュニケーションが容易になるほど高くなることを示す．また，$\alpha (> 0)$ はパラメータ，$\phi \in (0, 1)$ は隣接する立地点間での企業間コミュニケーションの自由度である．ϕ が高くなることは，異なる立地点間の企業同士のコミュニケーションが容易になることを意味する．

デベロッパーは，各立地点で不在地主から借りた単位面積の土地を開発し，完全競争のもとで床面積を家計と企業に供給する．土地の単位面積あたりの開発費用は，立地点 i で供給する床面積 y_i の関数 $\beta(y_i)^2$ で表されると仮定する．ここで，$\beta (> 0)$ はパラメータである．以上の仮定のもとで，デベロッパーは利潤 π_i^{d} を最大化する立地点 i の床面積の供給量 y_i を選択する:

$$\max_{y_i} \pi_i^{\mathrm{d}} = r_i y_i - \beta(y_i)^2 - R_i \qquad (3)$$

ここで，R_i はデベロッパーが不在地主に支払う立地点 i の単位面積あたりの土地に対する地代である．

(2) 立地均衡条件

家計は合成財消費量 z_{ai} (効用 $u(z_{ai})$) が最大となる居住地 a，勤務地 i を選択する．家計の効用最大化行動, 生産者の利潤最大化行動, デベロッパーの利潤最大化行動と上記の仮定を用いると, 家計の合成財消費量は次式で表される:

$$z_{a,i}(\mathbf{n}) = F_i(\mathbf{M}) - 2s^F\beta(s^H N_i + s^F M_i) - 2s^H\beta(s^H N_a + s^F M_a) - td_{ai} \tag{4}$$

(4) 式より, 合成財消費量は n_{ai} の関数で表すことができる．また, 本モデルの均衡状態は, 以下の条件を満たすように定義する:

$$\begin{cases} z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) = 0 & \text{if} \quad n_{ai} > 0 \\ z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) \geq 0 & \text{if} \quad n_{ai} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

$$\sum_{a\in\mathcal{I}}\sum_{i\in\mathcal{I}} n_{ai} = N \tag{6}$$

(3) 安定均衡状態

本研究では，企業間のコミュニケーション外部性を考慮していることから，立地均衡条件 (5)，(6) を満足する均衡状態が複数存在しうる．そこで，ここでは中村・高山が明らかにした，構築したモデルにポテンシャル関数が存在することを示す．

関数 $P(\boldsymbol{n})$ が (6) と非負条件 ($n_{ai} \geq 0\ \forall a, i \in \mathcal{I}$) を満たす任意の $\boldsymbol{n}$ に対して次の条件を満たせば，その関数はポテンシャル関数である $\frac{\partial P(\boldsymbol{n})}{\partial n_{ai}} = z_{ai}(\boldsymbol{n})$．本稿で構築したモデルには，この条件を満足する関数 $P(\boldsymbol{n})$ が存在する:

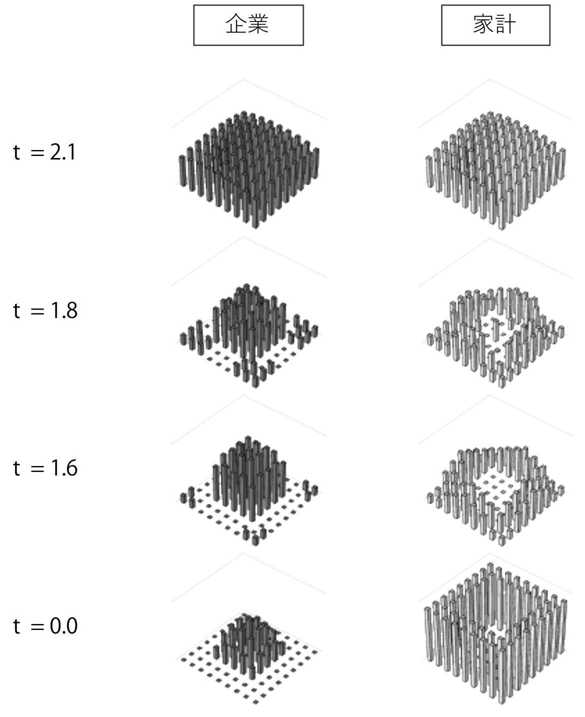
$$P(\boldsymbol{n}) = \frac{1}{2}\sum_{i\in\mathcal{I}} F_i(\boldsymbol{M})M_i - t\sum_{a\in\mathcal{I}}\sum_{i\in\mathcal{I}} d_{ai}n_{ai} - \beta s^{\mathrm{H}}\sum_{a\in\mathcal{I}}\left(s^{\mathrm{H}}N_a + s^{\mathrm{F}}M_a\right)N_a - \beta s^{\mathrm{F}}\sum_{i\in\mathcal{I}}\left(s^{\mathrm{H}}N_i + s^{\mathrm{F}}M_i\right)M_i \tag{7}$$

したがって，本モデルのポテンシャル関数は上の $P(\boldsymbol{n})$ で与えられる．

中村・高山でも示されているように，ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態 $\boldsymbol{n}^*$ は，幅広い調整ダイナミクスの下で (局所的に) 安定であり，それ以外の均衡状態は不安定である．そこで，本研究ではポテンシャル関数最大化問題を数値的に解くことで，各地点モデルの安定均衡状態の性質を調べる．

3. 数値解析ー9×9 地点モデルの解析ー

本章では，理論解析結果をわかりやすく示すために，本モデルの通勤費用 t の変化に伴い創発する典型的な集積パターンの数値計算例を示す．ここでは，立地点数を 9×9 地点，パラメータを $N = 100$，$\alpha = 1.0$，$\beta = 1.0$，$s^H = 1.0$，$s^F = 1.0$，$\phi = 0.5$ とする．



図–1 数値解析結果

図-1 より，通勤費用が安くなると，分散した企業が 1ヵ所に集積することがわかる．そして，多数の立地点が存在する状況でも，複数都心が観測された．これは，中村・高山の理論解析と整合しているといえる．

4. おわりに

本研究では，中村･高山が構築した，Fujita and Ogawa に基づく，企業と家計の立地選択に関する相互作用を考慮した都心形成モデルを用いて，数値的に解析した．その結果，2 次元空間に多数の立地点が存在する状況でも複数都心が創発することが明らかとなった．

本稿では，中村・高山で明らかにしたモデルの理論解析結果を詳細に示すために，仮想的な状況設定の中で数値解析を行った．そこで，2 次元空間に多数の立地点が存在する状況を数値解析できたので，実データを利用した分析をすることは，今後の重要な研究課題である．

参考文献

1) Fujita, M. and Thisse, J.-F.: *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization*, Cambridge University Press, 2013.

2) Fujita, M. and Ogawa, H.: Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, No. 2, pp. 161–196, 1982.

3) 中村孝一，高山雄貴：企業と家計の相互作用を考慮した都心形成モデルの安定性解析，第 56 回土木計画学研究講演集，2017.