

SKM を用いた庄内川の流れの解析に関する検討

中部大学工学部都市建設工学科 学生会員○奥村侑亮
 中部大学工学部都市建設工学科 正 会 員 武田 誠
 中部大学工学部都市建設工学科 フェロー 松尾直規

1. はじめに

平成 27 年の鬼怒川破堤による洪水被害など、近年、河川災害が多く生じている。このような洪水災害を検討するためには、河川流の精度の良い解析が重要となる。河川流の解析法のひとつに、Shiono Knight Method¹⁾ (以下 SKM とする) がある。本研究は、SKM を庄内川の洪水流解析に適用し、SKM の特徴と妥当性評価および各断面区間の摩擦損失係数 (粗度) の影響を数値解析的に考察した。

2. SKM の基礎式と計算の概要¹⁾

時間項および流れ方向 (x 方向) の移流項を省略した運動量方程式を鉛直方向に積分して(1)式を得る。

$$\frac{\partial H(\rho \bar{U} \bar{V})_d}{\partial y} = \rho g H s_0 + \frac{\partial H \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} - \tau_b \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} \quad (1)$$

$\bar{\tau}_{yx} = \rho \varepsilon_{yx} \frac{\partial U_d}{\partial y}$, $\varepsilon_{yx} = \lambda U_* H$ とし, $U_* = \left(\frac{\tau_b}{\rho}\right)^{1/2}$, $\tau_b = \rho \frac{f}{8} U_d^2$ から得られる $U_* = \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} U_d$ の関係を用いれば, $\varepsilon_{yx} = \lambda \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} U_d H$ となる。これらを(1)式に代入し, $\frac{\partial H(\rho \bar{U} \bar{V})_d}{\partial y} = \Gamma$ とし, 両辺を入れ替え(2)式が得られる。

$$\rho g H s_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left(H^2 \rho \lambda \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right) - \rho \frac{f}{8} U_d^2 \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} = \Gamma \quad (2)$$

ここに, ρ : 密度, $\bar{U}$, $\bar{V}$, $\bar{W}$: 時間平均流速, g : 重力加速度, s_0 : 河床勾配, $-\rho \bar{u} \bar{v}$, $-\rho \bar{u} \bar{w}$: レイノルズ応力, u , v , w : 変動流速, H : 水深, $(\rho \bar{U} \bar{V})_d = \frac{1}{H} \int_0^H \rho \bar{U} \bar{V} dz$, $\bar{\tau}_{yx} = \frac{1}{H} \int_0^H (-\rho \bar{u} \bar{v}) dz$, τ_b : 底面せん断応力, s : 側面の斜面の勾配 (1:s, 鉛直: 水平), ε_{yx} : 渦動粘性係数, U_d : 水深平均流速, λ : 無次元渦動粘性係数, U_* : 摩擦速度である。

SKM は(2)式を基礎とし, 水平と斜面を対象にモデルを展開している。ここでは, 斜面を対象とするモデル化を行う。水深 H は局所的な水深 $\xi = H - (y - b)/s$ に置き換えると(3)式が得られる。ここに, y : 横断方向距離, b : 斜面が始まる距離とする。

$$\rho g \xi s_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \lambda \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \xi^2 U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right) - \rho \frac{f}{8} U_d^2 \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} = \Gamma \quad (3)$$

$y \rightarrow \xi$ の座標変換を行い, その後, $\xi = e^z$ として $\xi \rightarrow z$ の座標変換を行って式を展開すれば, (4)式が得られる。

$$\rho \lambda \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} \frac{D^2 U_d^2}{Dz^2} + \rho \lambda \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} \frac{D U_d^2}{Dz} - \rho \frac{f}{8} \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} U_d^2 + \rho g s_0 e^z = \Gamma \quad (4)$$

(4)式を数学的に解き, 式を整理すると, (5)式が得られる。

$$U_d = \left(A_1 e^{\alpha z} + A_2 e^{(-\alpha-1)z} + \omega \xi + \eta \right)^{0.5} \quad (5)$$

$$\text{ここに, } \alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{(8f)^{1/2} s (s^2 + 1)^{1/2}}{\lambda}}}{2}, \quad \omega = \frac{g s_0}{\frac{f (s^2 + 1)^{1/2}}{8 s} - \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \frac{\lambda}{s^2}}, \quad \eta = -\frac{\Gamma}{\left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \frac{(s^2 + 1)^{1/2}}{s}}$$

河川断面が斜面区分で構成されている場合, (5)式が解くべき方程式となる。本研究の場合, 庄内川の志段味 (河口から 32.7km) における洪水流量観測の情報を入手し, SKM による解析を行った。対象とした断面形状を図-1 に示す。ここでは, 河川断面を 5 領域に区分した。それぞれの断面において(5)式を用いて流速値が求

められるが、その場合、 A_1 、 A_2 で記された2つの係数×5領域の10個の未知量(A)を求める必要がある。その境界条件として、第1領域と第5領域の陸境界では流速ゼロ、それぞれの領域境界の流速は等しく、流速勾配も等しいとする。これらを行列式で表現して、10個の未知量を求め、その後、流速分布を求める。

縦断方向の河床高分布から河床勾配 $s_0=0.0014$ とし、 $\lambda=0.07$ 、 $\Gamma=0.0$ とした。ここでは、摩擦損失係数 f に着目し、第1領域と第5領域の f を0.03~0.10の0.01毎に、第2領域の f を0.01と0.015と0.02~0.05の0.01毎に、第3領域の f を0.010と0.015と0.02~0.10の0.01毎に、第4領域の f を0.03~0.10の0.01毎に変化させた。計算は、水位を仮定してSKMで流速、流量を求め、洪水時の流速観測時の流量に近くなるように水位を変化させた。

3. 解析結果と考察

本研究では、4224通りの計算を行った。その中で、実測値と解析結果の平均二乗誤差を求め、誤差の小さい1位と2位の結果(流速分布)と摩擦損失係数(マンギングの粗度係数の換算値)を、解析結果1と解析結果2として図-2と表-1に示す。解析結果1では、他の領域に比べ、第1、第5領域での f の値が大きく解析された。解析結果2では、第4領域での f が解析結果1より0.01増加したため、第4領域での流速が解析結果1の流速より減少した。実際の河川の低水路、高水敷、斜面の植生の状態を確認した結果、第4領域に植生の繁茂が確認されたため、第4領域の f が大きい解析結果2が現実的であると考えられる。なお、水位の解析結果での値は29.4m、実測値は29.9mであり、水位についても、まずまずの精度を有した計算ができている。また、表-2に示したように、解析による f から求めた n の値は想定される水路の種類の範囲内であり、SKMの妥当性が確認できた。

4. おわりに

本研究において、SKMにより流速の実測値を再現することができ、解析で得られた流速分布も妥当なものであった。今後は、例えば、植生の繁茂の拡大を考慮し、高水敷(第4断面)の摩擦損失係数を変化させた場合の解析結果の検討、SKMの1次元洪水流解析への適用などを実施していきたい。

参考文献

- 1) Koji Shiono and Donald W. Knight : Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel, J.Fluid Mech. 1991 vol.222 pp.617-646.
- 2) 野村詩織：複断面河川の流れ構造における植生の影響，平成26年度中部大学工学部都市建設工学科卒業研究論文，2017.
- 3) 岩佐義朗；最新 河川工学，森北出版株式会社，pp.65，1979.

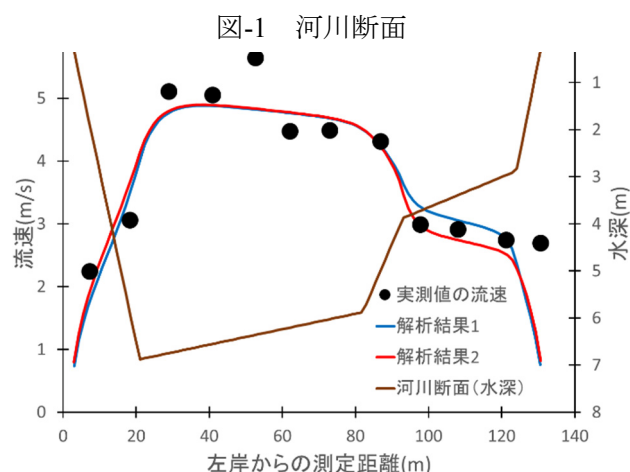
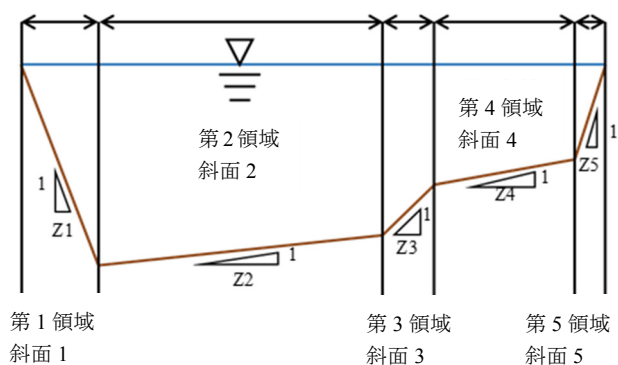


図-2 実測値との流速の比較

表-1 解析結果の係数一覧

領域	摩擦損失係数 f		粗度係数 n	
	解析結果1	解析結果2	解析結果1	解析結果2
1	0.07	0.06	0.036	0.037
2	0.03	0.03	0.027	0.027
3	0.03	0.03	0.025	0.025
4	0.04	0.05	0.028	0.031
5	0.07	0.06	0.031	0.029

表-2 粗度係数 n と水路の種類の関係³⁾

水路の種類(自然河川)	粗度係数 n
線形、断面とも規則正しく水深大	0.025~0.033
同上、河床が礫、草岸	0.030~0.040
蛇行していて、淵瀬のあるもの	0.033~0.045
蛇行していて、水深の小さいもの	0.040~0.055
水草が多いもの	0.050~0.080