

企業と家計の相互作用を考慮した都心形成モデルの安定性解析

金沢大学 学生会員 ○中村 孝一
金沢大学 正会員 高山 雄貴

1. はじめに

多くの大都市内には複数の都心が見られる。東京を例に挙げると、新宿、池袋、渋谷、上野・浅草、錦糸町・亀戸、大崎の7つの副都心がある。複数の都心の存在は一般的な現象として知られているが、その形成メカニズムは完全には明らかになっていない。これまでに都心形成メカニズムを示した理論として、都市経済学分野における Beckmann を先駆とし、様々な研究がなされている。それらのモデルの多くは、企業または家計のどちらかに着目して、都心形成メカニズムを説明してきた。しかし、それは単一都心の形成を説明することができるが、複数都心の形成に関しては説明ができない。

今回研究を行うに当たって注目するモデルは、Fujita and Ogawa モデル¹⁾である。Fujita and Ogawa モデルは、複数都心の形成が説明できる唯一のモデルとして知られている。またそのモデルは、住宅立地と企業立地が相互に関連していることに着目しており、企業と家計が同時に立地するモデルを説明している。しかし、Fujita and Ogawa モデルは、複数の均衡解が存在するにもかかわらず、均衡解の安定性はまだ確認されていない。その均衡解は、単一都心の形成と複数都心の形成が同時に現れる場合があり、複数の均衡解がすべて不安定になる場合もあり得る。

そこで、本研究は企業と家計の相互作用を考慮した都心形成モデルの安定均衡状態の性質を明らかにすることを目的とする。そのために、Fujita and Ogawa モデルに基づく都心形成モデルを構築する。さらに、このモデルにポテンシャル関数が存在することを利用して、モデルの安定均衡状態の性質を示す。

2. モデル

(1) 設定

本研究では、1つの都市が存在し、その都市内には K 箇所の立地点が並ぶ線分都市を考える。各立地点の面積は1に基準化する。この都市には、立地主体である家計と企業、床面積を供給するデベロッパーが存在する。

家計の総数を一定値 N とし、位置 $a \in \mathcal{I} \equiv \{1, 2, \dots, k\}$ に居住し、位置 $i \in \mathcal{I}$ に通勤する総家計数を n_{ai} とする。すると、位置 a の総家計数 N_a は、位置 a に居住する家計数の合計で表される ($N_a = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_{ai}$)。家計は、効用 $u(z_{a,i})$ を最大化する合成財消費量 $z_{a,i}$ 、居住位置 a 、通勤位置 i を選択する。この家計の効用最大化行

動は、次のように表される:

$$\max_{z_{a,i}} u(z_{a,i}) \quad \text{s.t. } w_i = z_{a,i} + r_a s^H + t d_{ai} \quad (1)$$

ここで、 w_i は勤務先 i で稼いだ所得、 r_a は位置 a の地代、 t は単位距離あたりの通勤費用、 d_{ai} は立地点 a から i の距離である。また、住宅面積は固定的に s^H と仮定する。なお、効用は合成財消費量 $z_{a,i}$ の単調増加関数であると仮定するため、家計は $z_{a,i}$ を最大化する a, i を選択すると考えることができる。

企業は、完全競争下で財を生産し、参入や撤退が自由であると考ええる。位置 i の企業数 M_i は、位置 i に通勤する家計数の合計で表される ($M_i = \sum_{a \in \mathcal{I}} n_{ai}$)。1企業で働くのは1単位の家計となるよう企業数の単位を基準化する。企業は、利潤 π_i を最大化する立地位置 i を選択すると考えることができるため、企業の利潤最大化行動は、次のようになる:

$$\max_i \pi_i = F_i(\mathbf{M}) - r_i s^F - w_i \quad (2)$$

ここで、 $F_i(\mathbf{M})$ は生産額であり、近接する位置に企業が多く立地するほど大きくなると仮定する。具体的には、 $F_i(\mathbf{M}) = \alpha \sum_{j \in \mathcal{I}} \phi^{|i-j|} M_j$ で与える。ここで、 $\alpha > 0$ 、 ϕ は企業間コミュニケーションの自由度を表す。 ϕ が高くなることは、異なる立地点間の企業間コミュニケーションが容易になることを意味する。なお、 $\phi \in (0, 1)$ とする。また、企業が投入する土地面積 s^F は固定的であると仮定する。

デベロッパーは、各立地点で不在地主から借りた単位面積の土地を開発し、完全競争のもとで床面積を家計と企業に供給する。土地の単位面積あたりの開発費用は、立地点 i で供給する床面積 y_i の関数 $\beta(y_i)^2$ で表される。以上の仮定のもとで、利潤 π_i^d を最大化する位置 i の床面積の供給量 y_i を選択すると考えるため、デベロッパーの利潤最大化問題は、次のようになる:

$$\max_{y_i} \pi_i^d = r_i y_i - \beta(y_i)^2 - R_i \quad (3)$$

ここで、 R_i はデベロッパーが不在地主に支払う立地点 i の単位面積あたりの土地に対する地代である。

(2) 均衡状態

消費者の効用最大化行動、生産者の利潤最大化行動、デベロッパーの利潤最大化行動と上記の仮定を用いる

と、家計の合成財消費量は次式で表される:

$$z_{a,i}(\mathbf{n}) = F_i(\mathbf{M}) - 2s^F \beta(s^H N_i + s^F M_i) - 2s^H \beta(s^H N_a + s^F M_a) - td_{ai} \quad (4)$$

(4) 式より、合成財消費量は n_{ai} の関数で表すことができる。また、本モデルの均衡状態は、以下の条件を満たすように定義する:

$$\begin{cases} z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) = 0 & \text{if } n_{ai} > 0 \\ z^* - z_{a,i}(\mathbf{n}) \geq 0 & \text{if } n_{ai} = 0 \end{cases} \quad (5a)$$

$$(5b)$$

$$\sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} n_{ai} = N \quad (6)$$

(3) 安定均衡状態

Fujita and Ogawa モデルには、前述したように複数の均衡解が存在することが知られている。しかし、実際にはどのパターンの均衡解が起こり得るか分かっていないため、均衡解の安定性を調べる必要がある。

均衡解の安定性は、初期状態が均衡状態に収束するか否かを調べることで測ることができる。初期状態がその均衡解に収束する場合は、その均衡解が安定均衡状態となり、発散する場合は、不安定均衡状態となる。

安定均衡状態の解析は、一般的に困難とされている。それを容易にする方法として、ポテンシャル関数がある。このポテンシャル関数が存在する場合、 $P(\mathbf{n})$ を局所的に最大化する $\mathbf{n}$ が安定解となることが知られている。そこで本研究では、構築したモデルに次のポテンシャル関数が存在することを利用して、安定均衡状態の性質を調べる。ただし、ここでは $s^H = s^F = s$ と仮定する:

$$P(\mathbf{n}) = \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{I}} F_i(\mathbf{M}) M_i - t \sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} d_{ai} n_{ai} - \beta s^2 \sum_{a \in \mathcal{I}} (N_a^2 + 2N_a M_a + M_a^2) \quad (7)$$

3. 2 地点モデルの解析

この節では、都市内に立地点が2つしか存在しない場合に限定して解析を行う。この2地点モデルでは、存在し得る企業と家計の集積パターンが9パターン想定される(図-1)。図-1では、2つの立地点1, 2があり、その都市の中で家計はどこに居住地を置き、どこを勤務地とするかをパターン分けしている。なお、矢印の始点は居住位置 a 、終点は勤務先 i を表す。

モデルの解析の結果、(5)、(6) 式を満たす均衡解は、図-1で示す 1-a, 1-c, 2-c, 2-e, 2-f であることが分かった。また、それぞれの均衡解が創発する領域は、横軸を企業間コミュニケーションの自由度 ϕ 、縦軸を通勤費用 t とした図-2の通りである。

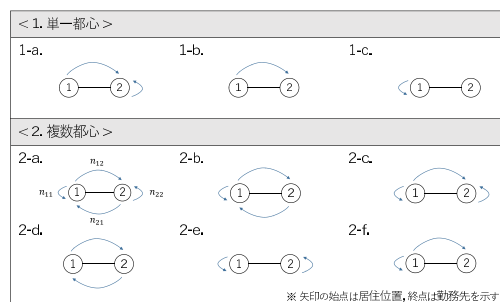


図-1 2 地点モデルの集積パターン

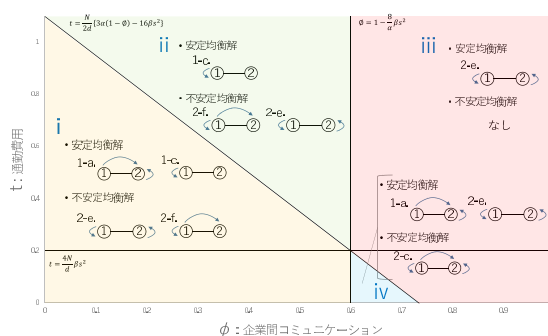


図-2 均衡解・安定均衡解の領域図

さらに、安定性解析により安定均衡解の領域は4領域に分けることができた(図-2. i ~ iv)。図-2の t 軸に着目すると、通勤費用が高いと企業が1か所に集中しており、安いと企業が分散することが分かる。これは、企業が移動費用の最小化をめざして立地点を決定するためではないかと考える。次に ϕ 軸に着目すると、企業間コミュニケーションの自由度が高いと企業は分散し、低いと企業は1か所に集中することが分かる。これは、企業が立地点を決定する際、企業同士のやり取りのしやすさも立地点を決定する要因であることを意味する。

4. おわりに

現在までの成果としては、Fujita and Ogawa モデルを拡張し、本研究で用いるためのモデルを構築した。そして、安定均衡状態の性質を調べるために、本モデルでのポテンシャル関数と2地点モデルの均衡解を調べ、安定性解析をした。

今後の研究では、2地点モデルでの解析結果を踏まえ、3地点、5地点モデルの集積パターンを検討し、解析をしていく予定である。

参考文献

- 1) M. Fujita, H. Ogawa : Multiple Equilibria and Structural Transition of Non-monocentric Urban Configurations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, pp.161-196, 1982.