

四分木適合格子を適用した津波数値モデルの開発

金沢大学大学院 学生会員 ○上野卓也
金沢大学理工研究域 正会員 由比政年

1. はじめに

適切な津波対策を行うためには、沿岸域における津波の挙動を詳細に検討する必要がある、数値解析を用いた手法が有効である。しかしながら、沿岸域における複雑な地形や小スケールの構造物や水路、詳細な津波の挙動を考慮するためには、高解像度で解析を行う必要がある、計算量が膨大となりやすい。そこで、計算精度を保ちながらも計算量を減らすために有効な手法として、解適合格子が挙げられる。解適合格子を活用することで、計算領域における解像度を時々刻々と局所的に変化させ、常に解像度を最適化することができる。

そこで、本研究では、四分木適合格子を適用した遡上津波数値モデルを構築し、既往の段波津波に関する実験 (Morris, 2000) と比較して、本モデルの再現性・精度について検討した。

2. 数値計算モデル

数値モデルの基礎方程式として、水面変位表記の非線形長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = \mathbf{s} \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{q} は保存量、 \mathbf{f} 、 \mathbf{g} は x 、 y 方向の流束、 \mathbf{s} はソース項であり、ベクトル量は以下のように表される。

$$\mathbf{q} = [\eta \quad q_x \quad q_y]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{f} = \left[q_x \quad uq_x + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \quad uq_y \right]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{g} = \left[q_y \quad vq_x + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \right]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{s} = \left[0 \quad -\frac{\tau_{bx}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad -\frac{\tau_{by}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial y} \right]^T \quad (5)$$

ここで、 η は水位、 $q_x (=uh)$ 、 $q_y (=vh)$ はそれぞれ x 、 y 方向の線流量、 u 、 v はそれぞれ x 、 y 方向の水深平均流速、 $h (= \eta - z_b)$ は水深、 z_b は底面地盤高である。

本モデルでは、水位の跳びが発生する不連続的な衝撃波面を的確に捉えるため、ゴドゥノフ型有限体積法を MUSCL 法で解き、予測子・修正子法 (2 次のルンゲ・ク

ッタ法) により時間発展させる。セル境界値の計算には制限関数として minmod 関数、数値流束の計算には HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact) 近似リーマン解法を用いた。計算モデルの詳細は、上野ら (2016) を参照されたい。

3. 四分木適合格子

四分木格子とは、バックグラウンド格子内を均一に分割する四分木型 (ブロックベース方式) の構造格子である。本モデルでは、不要なデータを減らすために 1 次元配列としてデータを取り扱う。また、隣接する格子サイズが異なる場合においても、周囲から補間することで、格子サイズが等しい場合と同様のモデルを用いることができる。

本研究では、計算ステップごとに解像度を最適化することができる四分木適合格子へと拡張した。格子の分割・統合を行う条件は、これまでも検討されており (千田ら, 2015 など)、本研究では、以下に示す水面勾配による条件を用いた。

$$M = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2} \quad (6)$$

格子の分割・統合は、水面勾配 M が閾値 α_f を上回ると格子を分割、閾値 α_c を下回ると格子を統合、 α_f と α_c の中間では分割・統合を行わず解像度は変わらないと設定した。

4. 計算結果

四分木適合格子を導入した計算モデルを評価するため、斜め 45° に屈曲した水路を持つ段波津波に関する水理実験 (Morris, 2000) と数値解析と比較した。

実験では、貯水部 ($2.39\text{m} \times 2.44\text{m}$) を初期水位 0.25m 、水路 ($0.495\text{m} \times 8.00\text{m}$) を初期水位 0.01m とし、9 地点 (G1 ~ G9) で水位の計測が行われた (図-1)。なお、水路の壁面は完全反射の不透過壁、水路下流側の境界条件は流出とした。ベースとなるバックグラウンドの格子サイズは、 $\Delta x, \Delta y = 0.1\text{m}$ とし、最大で 16 分割となる 2 段階の四分木適合格子を適用し

た. また, α_c, α_f は, 経験的に決定した.

図-2は $t=1.5$ 秒における格子レベルの配置を表したものである. ただし, 水路壁面は非表示とした. レベル0はバックグラウンド格子, レベル1, 2はバックグラウンド格子を4分割, 16分割した格子である. また, 水面と壁面の wet-dry 境界部においては, 地形による影響を的確に考慮するために, 常にレベル2の格子分割と設定した. 津波先端部においてはレベル2で格子を分割して高解像度で表現しており, 津波先端部の通過後には格子を統合して計算量を減らしている. 四分木適合格子の適用により, 空間解像度を最適化できることが確認された.

図-3は $t=4.5$ 秒における水位のスナップショットを表したものである. ただし, 水路壁面は非表示とした. 空間格子に対して, 波が斜めに進行する屈曲水路部においても, 津波先端部の形状を的確に表現しており, 衝撃波の多重反射現象についても高解像度に捉えていることが確認できる.

図-4は G6 における水位の時間変化を表したものである. 実験結果と計算結果を比較すると, ピーク値はわずかに異なるものの, 津波到達時刻や水位の立ち上がりなど全体的に定性的・定量的な再現性があり, 他の地点においても同様の結果が確認された.

5. 終わりに

四分木適合格子を適用した数値モデルは, 空間格子を最適化して, 精度良く計算できることが確認された. 現在, さらなる解析を進めており, 一様格子や四分木格子と比較, 他の計測地点における水位の時間変化などの結果を講演時に紹介する予定である.

参考文献

Morris, M. W.(2000) : CADAM: Concerted action on dam break modeling-Final report. Rep. No. SR 571, HR Wallingford, U.K.

上野卓也ら(2016) : 四分木格子を適用した有限体積法に基づく数値モデルの構築と透過性防波柵周辺の津波浸水流解析への適用, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.72, No.2, pp. I_25-I_30.

千田優ら(2015) : 解適合格子法を用いた津波・高潮計算手法の開発, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.71, No.2, pp. I_373-I_378.

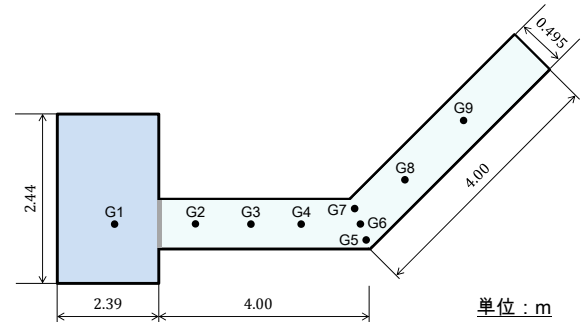


図-1 実験水路の概要 (Morris, 2000)

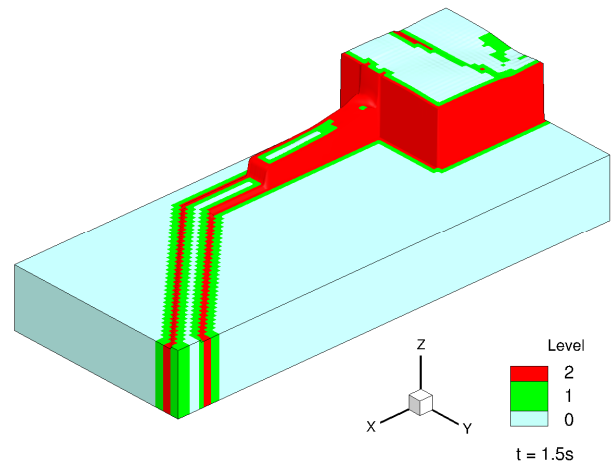


図-2 格子レベルの配置 ($t=1.5$ 秒)

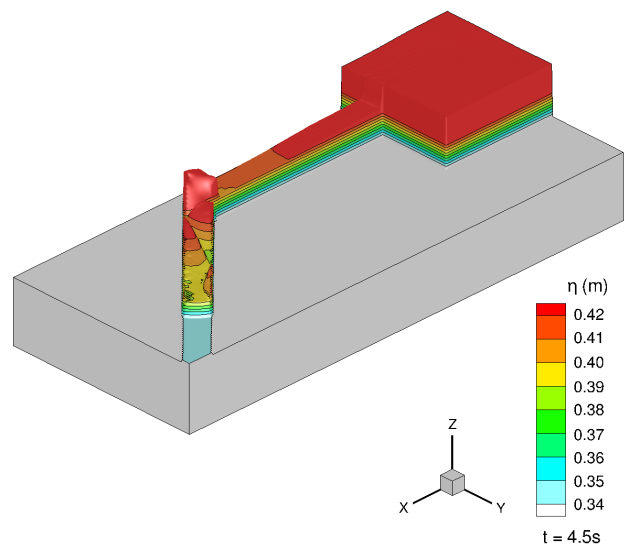


図-3 水位のスナップショット ($t=4.5$ 秒)

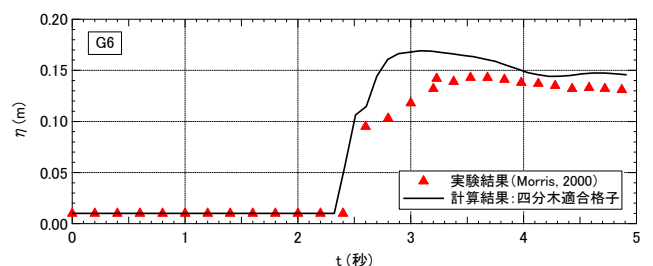


図-4 G6 における水位の時間変化