

風水害外力の極値解析における L モーメント法を用いた信頼区間の検討

名古屋工業大学大学院 学生会員 皆藤宏太

名古屋工業大学大学院 正会員 北野利一

1. はじめに

堤防や防波堤、護岸などの土木構造物の設計において、50 年あるいは 100 年に平均的に 1 度来襲する外力レベルを設計外力と定めることで、巨大な自然外力による風水害を防ぐための対策を講じている。つまり、人々の生命や財産を守るためにはこれら自然外力の統計的特性を知る必要があるということである。しかし、このような巨大自然外力の生起頻度は低く、観測データだけでは標本数が少ないため、特性を調べることは困難である。文科省・気候変動リスク情報創生プログラムでは、これまでにない多数のアンサンブル実験を行い、「地球温暖化対策に資するアンサンブル気候予測データベース（以下 d4PDF）」¹⁾を作成した。本研究では、d4PDF の成果を用い、母数推定に L モーメント法を使用して極値解析を行い、アンサンブル毎に得られる信頼区間について検討する。

2. アンサンブル毎に得られる母数推定値の分布

本研究で用いるデータは、名古屋を含む格子の過去実験データ（1951-2010 年の 60 年×50 メンバ）を用いる。そして、解析に用いるデータの抽出方法として期間最大値データを取り扱う。期間最大値 y の漸近分布は、収束する場合、一般化極値分布となる。ここで、L モーメント法を用いてアンサンブル毎か

ら得られる母数 $\theta_1 = \{\mu_1, \sigma_1, \xi\}$ の結果をヒストグラムにしたものを図-1a)に示す。 ξ のヒストグラムより、 $\xi = 0$ であるとは積極的に言えないため、 $\xi \neq 0$ ，すなわち、GEV 分布で検討する。極値理論の漸近理論では、年最大値から得られる関係と、 n 年最大値から得られる関係が、 $\xi \neq 0$ のとき、次式のように表される。

$$\mu_n = \mu_1 + \sigma_1 \frac{n^\xi - 1}{\xi}, \quad \sigma_n = \sigma_1 n^\xi \quad (1)$$

μ_n は n 年確率降水量となる。ここで、アンサンブル毎から得られる母数 $\theta_1 = \{\mu_1, \sigma_1, \xi\}$ と式(1)を使い、50 年最大値分布の母数 $\theta_{50} = \{\mu_{50}, \sigma_{50}, \xi\}$ を求めたヒストグラムを図-1b)に示す。一般に、推定値は中心極限定理により、漸近的に赤線で示すような正規分布にしたがうが、図-1b)を見てもわかるように、どちらも左右対称ではなく、歪んでおり、正規分布にしたがっているとはみなせない。これは極値解析で推定すべき n 年再現レベルなどの外挿領域では中心極限定理の適用が難しいことを示している。

3. デルタ法による信頼区間

L モーメント法で n 年再現レベルの 95%信頼区間を求める場合、 n 年再現レベルの推定量 $\hat{\mu}_n$ の上下に標準偏差の 1.96 倍をとった幅として定められる。ア

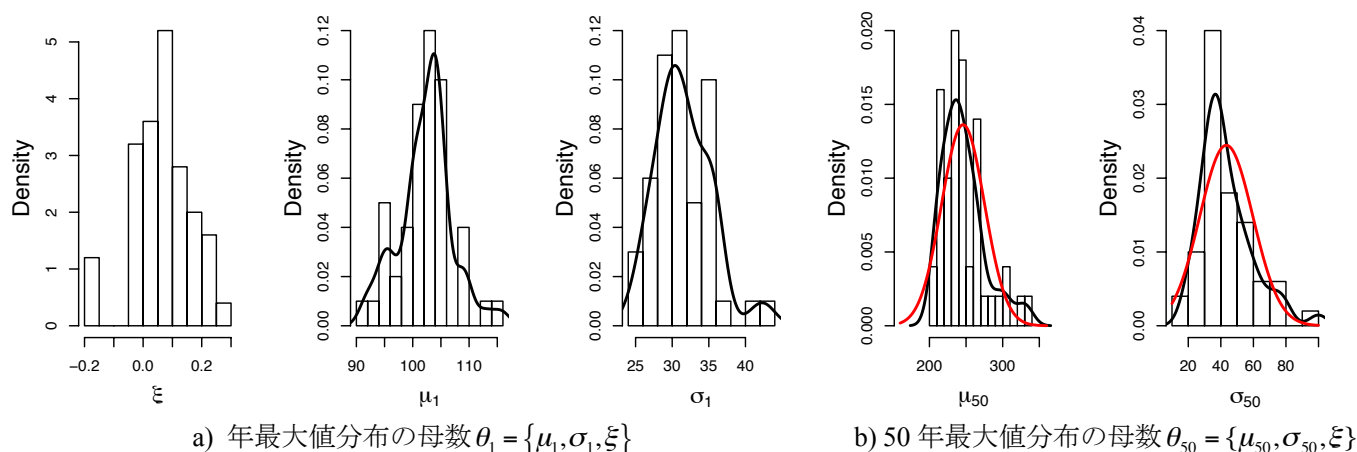


図-1 L モーメント法を用いた母数推定値のヒストグラム

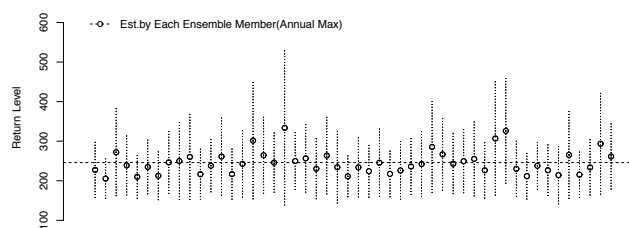


図-2 デルタ法による信頼区間 (再現期間 50 年)

ンサンプル毎に得られる 50 年確率降水量 μ_{50} の推定値と 95%信頼区間を図-2 に示す. ここで 1 つのアンサンプル(#1)に対してデルタ法とプロファイル尤度と次式で定義される経験度をそれぞれ用いた信頼区間の比較したものを図-3 に示す.

$$\frac{1}{K} = V \left\{ \log \lambda(y, \hat{\theta}_n) \right\} = \frac{\nabla_{\theta}' \lambda I^{-1} \nabla_{\theta} \lambda}{\lambda^2} \quad (2)$$

ここで, ∇_{θ} はそれぞれの母数での偏微分を表し, I は情報行列で, 逆行列 I^{-1} は分散共分散行列であり, L モーメント法も推定誤差分散共分散行列が得られるため, 経験度を算出することができる. また, L モーメント法ではプロファイル尤度を用いることができないため, 最尤法を使用した. 図-3 を見てもわかるように, プロファイル尤度を用いた信頼区間と経験度を用いた信頼区間は非対称になっていることがわかる. これは, データが多く存在する左端は情報量が多くなるため, 信頼区間の幅が狭くなり, 反対に, 情報量が少なくなる右端は, 信頼区間の幅が広がるためである. つまり, 先ほど図-1b)にも示したように, 正規分布にしたがっているとは言えないため, 母数が正規分布に近似するものとして算出し, 幅が対称となるデルタ法による信頼区間は, 極

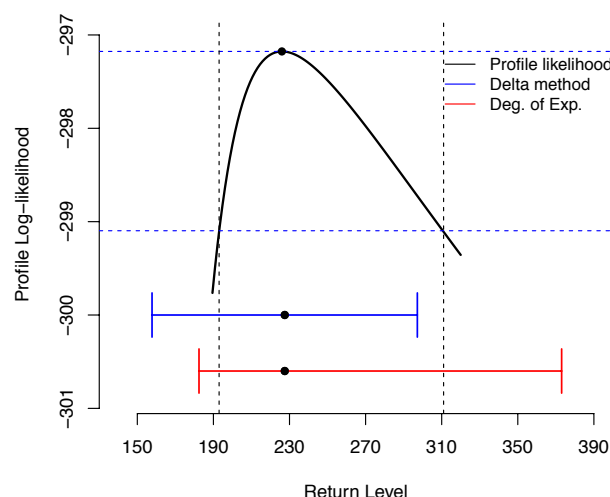


図-3 デルタ法とプロファイル尤度の比較図

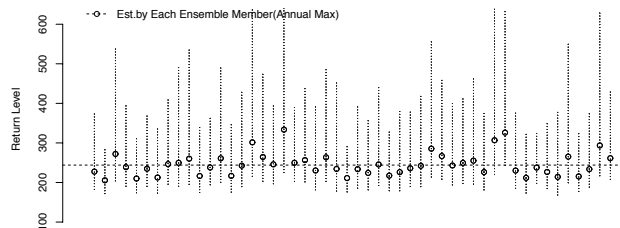


図-4 経験度による信頼区間 (再現期間 50 年)

値解析において使用することは好ましくない. よって, 経験度を用いて信頼区間を求め直す.

4. 経験度を用いた信頼区間

経験度を用いた信頼区間を求める方法は, 母数を再現レベルに対する生起率に変換し, 経験度 K を求め, それを形状母数とするガンマ分布から λ の値の範囲を算出し, それに対応する再現レベルの範囲を信頼区間とする方法である. この方法での結果を図-4 に示す. デルタ法を用いた場合と違い, 信頼区間の幅が上下非対称になるため, L モーメント法でも先ほどの問題点を改善することができたと言える.

5. おわりに

L モーメント法で信頼区間を求める際に, デルタ法を用いて求めていたが, 経験度を用いることで上下非対称の信頼区間を求めることができた. しかし, どちらも包括的に推定される降水量³⁾ (点線) を含まない 95%信頼区間が 1 つもないという問題がある. また, 今回は母数推定に L モーメント法を使用した, L モーメント法による推定値の分散共分散は最尤法より大きくなるため, アンサンプル(#1)を例に挙げると, 再現期間 50 年のとき, 経験度が 2.07 から 1.02 に下がり, 信頼区間も [191.3, 304.9] から [182.4, 373.0] となって, 精度が低下する問題もある.

参考文献

- 1) 地球温暖化対策に資するアンサンプル気候予測データベース (database for Policy Decision making for Future climate change, d4PDF), <http://www.micro-gcm.jp/~pub/d4PDF/index.html>
- 2) Pierre Ailliot, Craig Thompson, and Peter Thomson : Mixed methods for fitting the GEV distribution, Water Resources Research, vol.47, W05551.
- 3) 北野利一・高橋倫也・田中茂信 : 気候モデルから得られる多数のアンサンプルデータを用いた確率降水量の推定法, 水工論文集, 第 61 巻.