粒子法シミュレーションによる浅水流サージのダム流下における流況変化に関する検討

名城大学　正会員　新井宗之
名城大学　学生会員　村田雄大
名城大学　学生会員　金原政希

1. はじめに

山地河道における土石流に代表される段波状の浅水流サージが砂防ダムのような水理構造物を流下する場合の構造物による影響に関する検討である．砂防ダムを土石流が通過する場合の砂防ダムの機能についてはすでに多くの研究がされているが，短時間に複数のサージ状の流下がある場合の流況変化等に関する研究はあまりされていない．

本研究では，短時間に複数のサージが堰を流下する場合，先行のサージ流下により堰上流側に湛水域が生じた状態で，後続のサージがその湛水域に流入し，堰を流下することが考えられる．このような流れを解析的に解くことは困難であるため，数値計算により検討する．後続流の湛水域への流入，堰越流，堰からの流下等，激しい水面変化を伴う非線形性の強い現象である．ここでは非線形現象にも有用な粒子法による数値シミュレーションで検討する．

2. 粒子法

粒子法は対象とする物体を粒子の集合として支配方程式を離散化する方法である．粒子法にもいくつかの方法があるが，ここでは越塚[1),2)]の方法により計算を行っている．その方法に基づいて以下概略を説明する．運動を支配する方程式として次式の流体の運動量保存則のナビエ・ストークス方程式を用いる．

$$\rho \frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{f} \tag{1}$$

ここに，D/Dt はラグランジェ微分と呼ばれる時間微分，∇ はグラディエント演算子，∇^2 はラプラス演算子，$\boldsymbol{u}$ は流速，ρ は流体密度，P は圧力，μ は粘性係数，$\boldsymbol{f}$ は外力である．ここで，外力は重力 $\boldsymbol{g}$ のみを考える．式 (1) は，左辺の時間微分の離散化により新しい時刻 $k+1$ の粒子 i の速度 $\boldsymbol{u}_i^{k+1}$，現時刻 k の粒子 i の速度 $\boldsymbol{u}_i^k$，時間刻み幅 Δt とすると

$$\boldsymbol{u}_i^{k+1} = \boldsymbol{u}_i^k + \frac{\Delta t}{\rho}\left[-\nabla P + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{g}\right]_i^k \tag{2}$$

となる．

圧力 P の勾配ベクトルに次式のグラディエントモデルを用いる．

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum \left[\frac{P_j - P_i}{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|^2} \left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right) w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right) \right] \tag{3}$$

ここに，d は次元数で 2 次元の場合 $d = 2$，$\boldsymbol{r}$は粒子の位置ベクトル，n^0 は粒子数密度の基準値で次式で与える．

$$n^0 = \sum_{j \neq i'} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j^0 - \boldsymbol{r}_{i'}^0\right|\right) \tag{4}$$

w は重み関数で次式で与える．

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - 1 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \tag{5}$$

r_e は影響半径と呼ばれ考慮する粒子の限界距離を表す．ここでは r_e は流体粒子の大きさの 2.1 倍を用いる．$\boldsymbol{u}$ のラプラシアンの離散化には次式のラプラシアンモデルを用いる．

$$\left\langle \nabla^2 \boldsymbol{u} \right\rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} \left(\boldsymbol{u}_j - \boldsymbol{u}_i\right) w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right) \tag{6}$$

ここに，

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{j \neq i'} \left|\boldsymbol{r}_j^0 - \boldsymbol{r}_{i'}^0\right|^2 w\left(\left|\boldsymbol{r}_j^0 - \boldsymbol{r}_{i'}^0\right|\right)}{\sum_{j \neq i'} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j^0 - \boldsymbol{r}_{i'}^0\right|\right)} \tag{7}$$

である．λ^0 は影響半径内にある近傍粒子との距離の 2 乗の重み平均値を意味する．ラプラシアンモデルでの影響半径 r_e は流体粒子の大きさの 3.1 倍を用いる．

上記の関係を基本にするが，式 (2) の圧力 P は時刻 k であるが，P を時刻 $k+1$ で未知数とし，時刻 k と $k+1$ の中間の速度 $\boldsymbol{u}^*$ および粒子の位置ベクトル $\boldsymbol{r}^*$ を求め，時刻 $k+1$ の圧力 P を次式のポアソン方程式より求める．

$$\left\langle \nabla^2 P \right\rangle_i^{k+1} = -\rho \frac{1}{(\Delta t)^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \tag{8}$$

ここに，n_i^* は $\boldsymbol{r}^*$ の粒子位置での粒子 i の粒子数密度である．この結果より，時刻 $k+1$ の流体粒子 i の速度 $\boldsymbol{u}_i^{k+1}$ および位置 $\boldsymbol{r}_i^{k+1}$ を得る．

境界条件は，自由水面でディリクレ境界条件，壁面ではノイマン条件を与える．上記以外に実際の計算では粒子衝突の処理，ディリクレ境界条件の無い場合の処理がある．ここでの計算は，文献 1) で示している C 言語のプログラムを基にしているが，独自に Mathematica によるプログラムを開発して数値計算を行っている．

3. 計算条件・計算結果および考察

ここでの計算の目的は，砂防ダムのような水理構造物を間欠的なサージ流が通過する時，流況がどのように変化するかを数値シミュレーションで明らかにすることを目的としている．特に，スリットダムのような透過性の水理構造

Keyword : 土砂流サージ，粒子法，シミュレーション
〒 468-8502 愛知県名古屋市天白区塩釜口 1-501 Tel: 052-838-2364

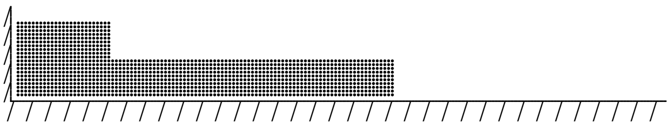
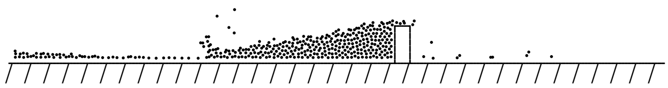
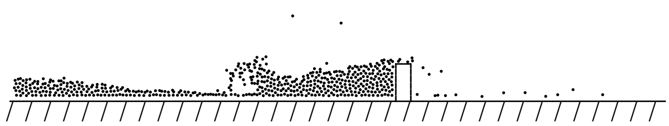


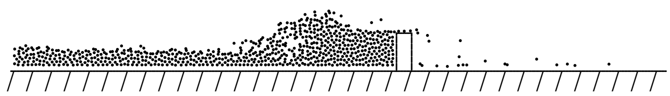
図-1 上流端初期条件



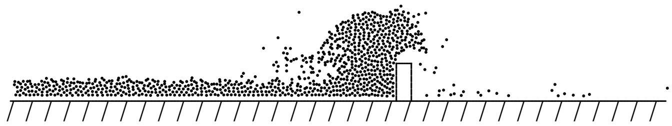
(a) t = 1.10**sec**



(b) t = 1.30**sec**



(c) t = 1.50**sec**



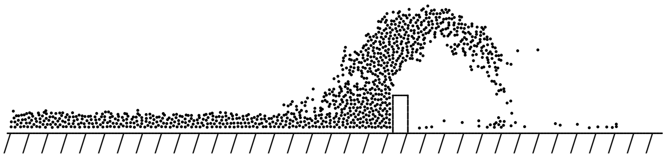
(d) t = 1.70**sec**

物において，先行のサージ流によりダム上流側に湛水域が生じてことが考えられるため，堰上流側に湛水域があり後続のサージが湛水域に流入して流下する場合の流況を明らかにすることを目的としている．

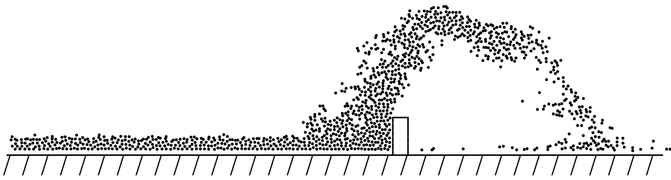
ここでは，清水の流れで計算し，流体粒子の大きさを0.02×0.02m，流体の動粘性係数を $\nu = \mu/\rho = 1.0 \times 10^{-6}\mathrm{m^2/s}$，時間ステップ Δt = 0.001sec としている．また，水路は勾配 $\theta = 10°$，長さ 10m で，水路上流端から 6.0m の位置に高さ 0.2m の堰を設置した構造である．給水方法は，上流端から長さ 0.5m，高さ 0.4m とそれに接続して下流側へ長さ 1.5m，高さ 0.2m の水塊 (**図-1**) を自由崩壊で下流側に流下させている．堰での湛水は，水面が堰天端まであるほぼ満水状態として与えている．

図-2 (a)~(g) は数値シミュレーション結果の例である．流下した流れが湛水域に流入し堰を超える状態の計算結果で，流体粒子を「·」で示している．ここでは計算結果の一部を示しているが，湛水域に流入する流れは湛水している水塊を連行するように堰を流下することがみられる．このため流下流量が湛水域の流下に伴い増加している．

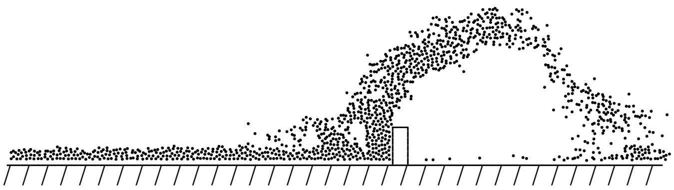
図-3 は上流端から x = 4.0m の位置と堰での位置 x = 6.02m におけるハイドログラフの図である．x = 4.0m が破線，堰の位置でのハイドログラフは実線で示している．流量は，



(e) t = 1.90**sec**



(f) t = 2.10**sec**



(g) t = 2.30**sec**

図-2 数値シミュレーション結果例

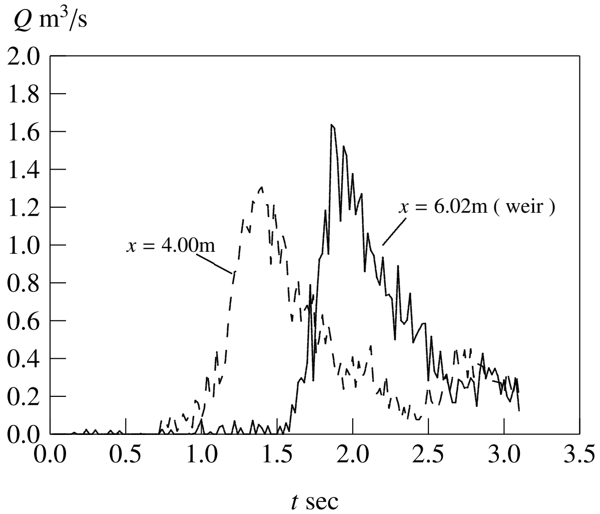


図-3 流量ハイドログラフ

時間間隔 Δt = 0.02sec の間にその断面を通過した粒子の流下 x 方向流速と流体粒子の大きさから流量を得ている．x = 4.0m の位置は，堰に湛水した水域の直上流の位置で，湛水域に流入するハイドログラフを意味している．堰での位置 (x = 6.02m) は堰天端を流下する流量である．この計算結果では湛水域に流入するピーク流量は堰を通過する時に約 25% 増加していることを示している．

4. 結語

以上のことより短時間に複数のサージが流下する場合，堰上流に湛水域を生じた状態で後続のサージが流下するとピーク流量を増加させることを示している．

参考文献：1) 越塚誠一，柴田和也，室谷浩平：粒子法入門，丸善出版，2014.4.，2) 越塚誠一：粒子法，丸善出版，2005.2.