

1. はじめに

経済・社会活動の高度化とともに、道路交通サービスの質的な向上が求められている。これには様々なものが考えられるが、道路もしくはそのネットワークの信頼性を考慮することは非常に重要な観点のうちの一つである。

従来から道路の費用便益評価では需要予測のために配分が用いられてきている。よって、道路やそのネットワーク評価では配分を用いることが実務的にも都合が良い。配分ではOD交通量がデータとして必要であるが、一般にOD交通量データの取得は容易ではない。道路交通センサスの起終点調査やパーソントリップ調査などが利用できるものの、ある1時点での調査であるとともに誤差も含まれる。一方、リンク交通量（断面交通量）の計測はOD交通量よりも容易である。しかし、日々観測可能なリンク交通量とOD交通量データと整合するとは限らない。また、道路交通センサスの起終点調査やパーソントリップ調査も整合するとは限らない。整合しないからと言って、限られたデータのみしか使わないとするよりも、様々なデータを組み合わせ、より現実を反映しているOD交通量データを作成して、配分を行うことが望ましい。このときどのように整合しないデータを融合するのが問題となる。

本研究では、様々なデータを融合して、OD交通量を修正・推定し、配分を行うために、著者が既に開発した確率的ネットワーク均衡モデル¹⁾を理論的基礎フレームワークとして、その枠内で観測リンク交通量もしくはその他の現象が発生する確率が最大となるようにするというアプローチを採用する。つまり、発生確率という尤度関数を最大にするという最尤法である。このアプローチの利点は様々なデータ、例えば、繰り返し観測されたリンク交通量や他のOD調査データをそれぞれが発生する確率がより大きくなるようにするということで融合的に用いることができることである。本稿では、それについての概要について説明する。

2 確率的な交通量

ODペア i ($i=1, 2, \dots, I$) の潜在的な交通需要（トリップを行う可能性のある人の総数）を n_i とする。各ODペアの潜在的な道路利用者は、各自どの経路を選択するのかをあらかじめ決めていとみなせる。ODペア i について、経路 j ($j=1, 2, \dots, J_i$) を選択する潜在的な人数を n_{ij} とすると、 $n_i = \sum_j n_{ij}$ となる。

本研究では、経路選択とは、 n_{ij} が決定することと同じ

ことになる。道路利用者は、各自習慣的に同じ経路のみを走行し、トリップの有無のみ、外生的な要因から決定する。よって、経路交通量は互いに独立となる。

ODや経路にかかわらず各人がトリップを行う確率を p と仮定すると、(ODペア i の経路 j) 実際に発生する経路交通量は（経路間で）独立な二項分布 $Bn[n_{ij}, p]$ に従う。その平均と分散はそれぞれ $n_{ij}p$ と $n_{ij}p(1-p)$ である。潜在的な経路選択者数 n_{ij} が十分に大きい場合、二項分布に従う経路交通量は正規分布で近似できる。よって、本研究では、各経路交通量は正規分布に従うと仮定する。ODペア i の経路 j の経路交通量は平均と分散がそれぞれ $n_{ij}p$ と $n_{ij}p(1-p)$ の正規分布 $N[n_{ij}p, n_{ij}p(1-p)]$ に従う。ここで、経路の平均交通量 $n_{ij}p$ を μ_{ij} とし、 $1-p$ を η と記載することになると、経路交通量の分散 σ_{ij}^2 は $\eta\mu_{ij}$ となり、経路交通量の従う確率分布は $N[\mu_{ij}, \eta\mu_{ij}]$ と表記できる。

以上より、本研究では、ODペア i の経路 j の経路交通量は以下の正規分布に従うとする。

$$X_{ij} \sim N[\mu_{ij}, \eta\mu_{ij}] \quad (1)$$

$$f_{X_{ij}}(x_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\mu_{ij}}} \exp\left[-\frac{(x_{ij} - \mu_{ij})^2}{2\eta\mu_{ij}}\right] \quad (2)$$

ここで、 $f_X(x_{ij})$ は X_{ij} の確率密度関数、 X_{ij} はODペア i の経路 j の経路交通量の確率変数、 x_{ij} はその実現値である。

ODペア i のOD交通量を確率変数 Z_i とし、その平均と分散をそれぞれ m_i, σ_i^2 とする。一般に独立な正規分布に従う変数の和は正規分布に従うため、経路交通量の和であるOD交通量も正規分布に従う。したがって、ODペア i のOD交通量は正規分布 $N[m_i, \sigma_i^2]$ に従う。経路交通量とOD交通量の間には、次式が示すような（確率変数としての）フロー保存則が成立する。

$$Z_i = \sum_{j=1}^{J_i} X_{ij} \quad \forall i \quad (3)$$

$$m_i = \sum_{j=1}^{J_i} \mu_{ij}, \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{J_i} \sigma_{ij}^2 \quad \forall i \quad (4)$$

上のOD交通量の保存は、確率的に成立するものである。

リンク a ($a=1, 2, \dots, A$) の（リンク）交通量の確率変数 Y_a は経路交通量の確率変数 X_{ij} の和として、次式のように表される。

$$Y_a = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} X_{ij} \quad (5)$$

ただし、 δ_{aj} はリンクと経路の接続変数であり、リンク a が OD ペア i の経路 j に含まれている場合は 1 であり、含まれていない場合は 0 になる変数である。リンク交通量の正規分布の平均と分散をそれぞれ μ_a, σ_a^2 とする。また、(全ての) リンク交通量の確率変数のベクトルを $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_A)^T$ とする。但し、 T は転置を表す。

経路交通量は独立な正規分布に従っているため、以下の通りとなる。

$$\mu_a = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} \mu_{ij} \quad (6)$$

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} \sigma_{ij}^2 = \eta \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} \mu_{ij} = \eta \mu_a \quad (7)$$

ここで、リンク交通量の平均のベクトルを $\boldsymbol{\mu}_A = (\mu_1, \dots, \mu_A)^T$ とする。さらに、 σ_a^2 および $\sigma_{aa'}$ を要素に持つリンク交通量の分散・共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_{AA}$ は次式のようになる。

$$\boldsymbol{\Sigma}_{AA} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1A} \\ \vdots & \sigma_a^2 & \sigma_{aa'} \\ \vdots & \sigma_{aa'} & \sigma_{a'}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_A^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、

$$\sigma_{aa'} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} \delta_{a',ij} \sigma_{ij}^2 = \eta \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij} \delta_{a',ij} \mu_{ij} \quad (9)$$

全てのリンク交通量は次式の確率密度関数 $f_Y(\mathbf{y})$ を持つ多変量正規分布 $N[\boldsymbol{\mu}_A, \boldsymbol{\Sigma}_{AA}]$ に従う。

$$f_Y(\mathbf{y}) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_A)^T \boldsymbol{\Sigma}_{AA}^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_A)\right\}}{\sqrt{(2\pi)^A |\boldsymbol{\Sigma}_{AA}|}} \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{y}$ はリンク交通量の (実現) 値のベクトル、 $\boldsymbol{\Sigma}_{AA}^{-1}$ は $\boldsymbol{\Sigma}_{AA}$ の逆行列、 $|\boldsymbol{\Sigma}_{AA}|$ は $\boldsymbol{\Sigma}_{AA}$ の行列式である。なお、このようなリンク交通量の確率密度関数を定義するためには、 $|\boldsymbol{\Sigma}_{AA}|$ が 0 でないことが必要である。

3. 配分モデルの定式化

各道路利用者は次式のロジットモデルに従い、平均経路交通量は以下のように与える。

$$\mu_{ij} = m_i \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij})}{\sum_{j' \in J_i} \exp(-\theta \bar{c}_{ij'})} \quad (11)$$

ここで、 $\bar{c}_{ij}$ は OD ペア i の経路 j の平均旅行時間、 θ は正のパラメータである。

確率的ネットワーク均衡モデルを定式化するのに際し、式(11)を含んだ関数 $\mathbf{g} = (g_{11}, \dots, g_{21}, \dots)^T$ を考えよう。関数 $\mathbf{g}$ の要素 g_{ij} を以下のように定義する。

$$g_{ij}(\boldsymbol{\mu}) = \mu_i \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij}(\boldsymbol{\mu}))}{\sum_{j' \in J_i} \exp(-\theta \bar{c}_{ij'}(\boldsymbol{\mu}))} \quad (12)$$

確率ネットワーク均衡は、関数 (写像) $\mathbf{g}$ に関する以下の不動点問題として定式化できる。

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}) \quad (13)$$

道路交通センサスなど既存の OD データがある場合はそれを平均値 $\mathbf{m}$ と設定することが自然である。それを修正する場合、その修正値 $\Delta \mathbf{m}$ を推定することになる。また、そのような既存データがない場合は $\mathbf{m} = \mathbf{0}$ とすればよい。

以下に示すように確率ネットワーク均衡が下位問題となった均衡制約付数値問題 (MPEC) として、最尤推定法による推定として定式化することができる。

$$\max_{\Delta \mathbf{m}} L(\Delta \mathbf{m} | \tilde{\mathbf{y}}, \boldsymbol{\mu}) \quad (14)$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{\mu} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}) \quad (15)$$

ここで、

$$L(\mathbf{y}) = f_Y(\mathbf{y}) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_A)^T \boldsymbol{\Sigma}_{AA}^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_A)\right\}}{\sqrt{(2\pi)^A |\boldsymbol{\Sigma}_{AA}|}} \quad (16)$$

$\tilde{\mathbf{y}}$ は観測リンク交通量である。つまり、観測リンク交通量の発生確率を最大となるように OD 交通量の修正値 $\Delta \mathbf{m}$ を推定する。

道路交通センサスだけでなく、パーソントリップ調査などによる OD データがある場合も同じく発生確率が最大となる枠組みの中で扱うことが可能である。OD 交通量が正規分布で与えられるため、観測 OD 交通量及び観測リンク交通量が与えられた条件付き確率を使うことになる。道路交通センサスとパーソントリップ調査の観測 OD 交通量を $\tilde{\mathbf{z}}_1, \tilde{\mathbf{z}}_2$ とすると、

$$\max_{\mathbf{m}} L(\mathbf{m} | \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{z}}_1, \tilde{\mathbf{z}}_2, \boldsymbol{\mu}) \quad (17)$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{\mu} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}) \quad (18)$$

とすることができる。なお、式(17)の尤度関数は式(16)とは異なったものとなる。以上のように、様々なデータの発生確率、より正確な表現としては、同時生起確率を最大化するというので、OD 交通量の推定もしくは修正を行うことが可能である。

謝辞

本研究は国土交通省・道路政策の質の向上に資する技術研究開発の支援を受けて実施した。ここに記して、感謝いたします。

参考文献

- 1) 中山晶一郎・朝倉康夫：道路交通の信頼性評価，コロナ社，2014。