

水平力を受ける有限長杭のたわみ計算図表

豊橋技術科学大学 学生会員 ○小杉諭基人, 高木翔太

豊橋技術科学大学 正会員 三浦均也, 松田達也

1. 目的

本研究の目的は、均質地盤における水平力を受ける有限長杭のたわみ挙動解析法を誘導するとともに、有限長杭の実用的な設計方法を導くことである。看板・交通標識のための既存の基礎の多くは重力式で、コンクリート製の躯体を地中に打設してその自重により水平力や回転モーメントに抵抗するものである。鉛直杭を用いる場合には、水平荷重や曲げモーメントを受ける際の杭と地盤との相互作用が定量的に計算できるため、たわみ波形の波長に基づいて杭長を決定(標準的には波長の半分)としている。このため、Chang の公式により設計された杭の長さは比較的長くなり、基礎設計・施工の実務においては経済性の判断からほとんどのケースで重力式基礎が採用されている。このよう問題を解決するために杭長を変化することができる有限長杭におけるたわみの挙動解析を行い、実用的な設計方法を導く。

2. たわみの支配方程式とその解

杭や管のように地中に埋められるものや地中に置かれるものの曲げ挙動をモデル化したものの代表として弾性床土上の梁理論があり、本研究ではこの理論を使用する。この床は、梁のたわみに比例した反力が発生し、鉛直杭を使用した時の釣合い式は(式1)のようになる。(式1)を整理し、オイラーの公式か平方完成を用いると、たわみの基本式を導出する事ができる。また微分をする事によりたわみ角、曲げモーメント、せん断力を算出する事ができる。これらをマトリックス表示すると(式2)になる。

$$-EI \frac{d^4 \delta}{dz^4} = p = kD\delta \quad (式1)$$

この時の記号は以下のような意味をさす。

δ ;杭のたわみ(m), θ ;たわみ角(rad), β ;波数(1/m)
 EI ;曲げ剛性(Nm²), p ;杭の長さあたりの土圧(m)
 D ;杭の外径(m), k ;地盤反力係数(N/m³)

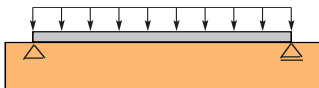


図1 弾性床土上の梁のモデル

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \\ \theta \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\beta^3 EI & 2\beta^2 EI \times & 2\beta^2 EI \times & 2\beta^2 EI \times \\ \times e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) & e^{-\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z) & e^{\beta z} (-\cos \beta z - \sin \beta z) & e^{\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) \\ 2\beta^2 EI \times & 2\beta^2 EI \times & 2\beta^2 EI \times & 2\beta^2 EI \times \\ e^{-\beta z} (\sin \beta z) & e^{-\beta z} (-\cos \beta z) & e^{\beta z} (-\sin \beta z) & e^{\beta z} (\cos \beta z) \\ -\beta \times & -\beta \times & -\beta \times & -\beta \times \\ e^{-\beta z} (-\cos \beta z - \sin \beta z) & e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) & e^{\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) & e^{\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z) \\ e^{-\beta z} \cos \beta z & e^{-\beta z} \sin \beta z & e^{\beta z} \cos \beta z & e^{\beta z} \sin \beta z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} \quad (式2)$$

無限長杭(Chang の公式)の基本式は半無限で一様な地盤を想定しているため、パラメータの c と d が消去でき簡略化できる。しかし本研究での有限長杭は、パラメータを 4 つ決定する必要があるため、Chang の公式よりも計算が複雑になる。有限長杭の基本解を求めるときの境界条件と支配方程式は以下のようになる。

杭頭 $z=0$; $M_h = M$, $Q_h = Q$

杭先端 $z=L$; $M = M_t = 0$, $Q = Q_t = 0$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2\beta^3 M \left[\sin \beta l \sin \beta(l-z) \cosh \beta z - \sin \beta l \cos \beta(l-z) \sinh \beta z \right. \\ &\quad \left. + \sinh \beta l \cos \beta z \sinh \beta(l-z) - \sinh \beta l \sin \beta z \cosh \beta(l-z) \right]}{+2Q\beta l \sinh \beta l \cos \beta z \cosh \beta(l-z) - \sin \beta l \cosh \beta z l \cos \beta(l-z)} \\ &\quad \frac{kD(\sinh^2 \beta l - \sin^2 \beta l)}{4\beta^3 M \left[\sin \beta l \cos \beta(l-z) \cosh \beta z + \sinh \beta l \cos \beta z \cosh \beta(l-z) \right. \\ &\quad \left. +2Q\beta^2 \left[\sinh \beta l \{ \sin \beta z \cosh \beta(l-z) + \cos \beta z \sinh \beta(l-z) \} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \beta l \{ \sinh \beta z \cos \beta(l-z) + \cosh \beta z \sin \beta(l-z) \} \right] \right]}{kD(\sinh^2 \beta l - \sin^2 \beta l)} \quad (式3) \\ \theta &= \frac{M\beta \left[\sinh \beta l \{ \sin \beta z \cosh \beta(l-z) + \cos \beta z \sinh \beta(l-z) \} \right. \\ &\quad \left. + \sin \beta l \{ -\sin \beta(l-z) \cosh \beta z - \cos \beta(l-z) \sinh \beta z \} \right]}{+Q \left[\sinh \beta l \sin \beta z \sinh \beta(l-z) - \sin \beta l \sinh \beta z \sin \beta(l-z) \right]} \\ M &= \frac{\beta(\sinh^2 \beta l - \sin^2 \beta l)}{2M\beta \left[-\sinh \beta l \sin \beta z \sinh \beta(l-z) - \sin \beta l \sin \beta(l-z) \sinh \beta z \right. \\ &\quad \left. +Q \left[\sinh \beta l \{ \cos \beta z \sinh \beta(l-z) - \sin \beta z \cosh \beta(l-z) \} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \beta l \{ -\cosh \beta z \sin \beta(l-z) + \sinh \beta z \cos \beta(l-z) \} \right] \right]}{Q} \\ Q &= \frac{\sinh^2 \beta l - \sin^2 \beta l}{\sinh^2 \beta l - \sin^2 \beta l} \end{aligned}$$

本研究においてグラフ等をまとめる際に、Chang の公式による値で正規化をした。特に、杭長や作用位置は Chang の杭長により正規化(normalization)し、頭文字を取り、無次元量 Ln や hn で表している。

3. 基本的なたわみ挙動の検討

表1において杭長は $l=0.4\pi/\beta \sim 1.0\pi/\beta$ の範囲でパラメトリックに変化させて示している。杭長が $\beta l = \pi$ では Chang の公式による解との差は無視できるほど小さく、杭長が $\beta l = 0.4\pi$ になると、地表面での水平変位は Chang の公式解の2倍程度まで増大している。表2は荷重位置を変化させ、杭長変化に伴う杭頭たわみ量を示している。杭頭からの作用位置が高いほど杭頭たわみ量が多い。これは杭頭に作

用する曲げモーメントが大きくなるためと考えられる。また、杭長の $Ln=0.7$ からたわみ量が収束していることが見て取れ、杭長を長くしてもたわみの杭頭のたわみ量を小さくするには限界がある。

表 1 杭頭にせん断力が作用する場合のたわみ挙動

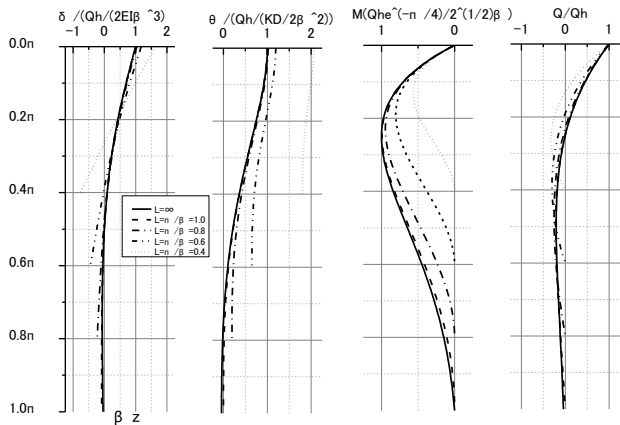
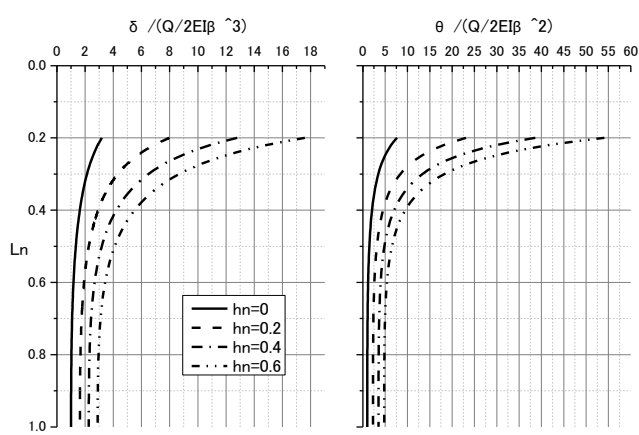


表 2 荷重位置を変化させた時の杭頭たわみ量



4. 杭の設計方法

有限長杭の設計は、杭長が変化するに伴いたわみ量等を計算する必要があるため、本研究ではコンター（等値線）を使用することにより杭の設計方法を導く。コンターを使用する際のフローチャートは表 3 のようになる。形状が円管で N 値 3、水平荷重 $1t=9800N$ 、杭頭曲げモーメント $58800N$ と仮定し、コンターを用いて設計すると、外径が $406.4mm$ 厚さ $12.0mm$ においてフローチャートの条件を満たす事ができた。この時の Chang の杭長は $8.59m$ となり、杭頭たわみ $0.169m$ 、作用位置 $6m$ となる。オ). の①と③により $\delta n=5.92$ 、 $hn=0.70$ となる。ここで、図 4 のコンターを用いると Ln は 0.41 となり、必要最低杭長は $3.53m$ となる。したがって、 $3.53m$ と $8.59m$ の間で、たわみの収束等を考慮し、最適な杭

長を選ぶとよい。

表 3 設計のフローチャート

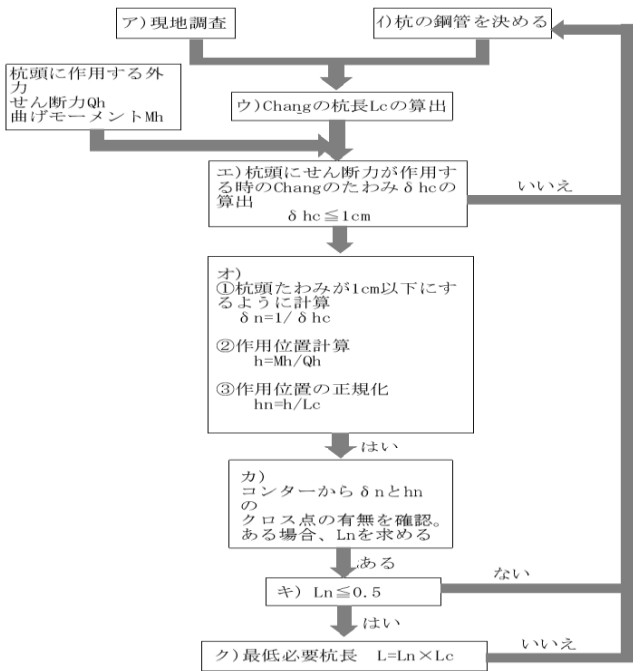
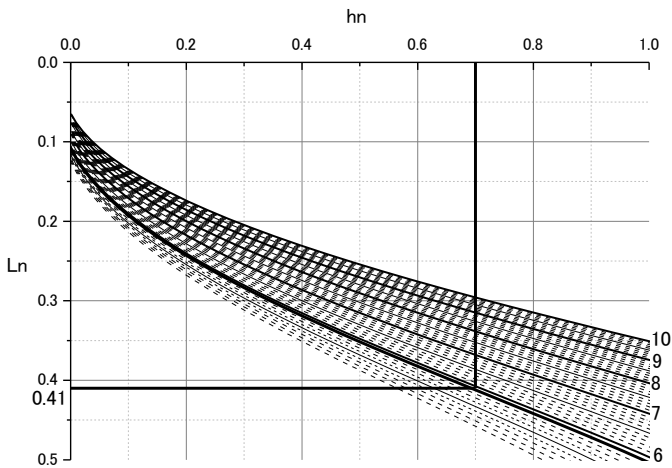


表 4 たわみのコンター



5. まとめ

本研究では均質地盤における有限長杭のたわみ解析を行ってきた。その結果、Chang の杭長の 8 割程度までは近似したたわみ挙動を示し、Chang の杭長の 7 割程度から杭頭たわみ量が収束している事がわかった。またここでは実用例を取り上げてコンターを用いた設計方法を示していないが、 N 値のバラつきが少ない層状地盤においては、 N 値を平均化することでコンターを使用でき、実際の設計と近似した値を得る事ができた。しかしコンターにおいても Chang の公式により正規化を行った平面上で議論しているため、全ての層状地盤に対して適用できるものではなく、適宜判断し、設計を行う必要がある。