

# 横荷重を受ける杭の応答関数を用いた非線形解析手法

豊橋技術科学大学 学生会員 ○吉野貴仁, 高木翔太  
豊橋技術科学大学 正会員 三浦均也, 松田達也

## 1. はじめに

横荷重を受ける杭基礎の設計では、杭周面における地盤反力が重要である。この地盤反力は非線形性が強いが、非線形性を取り入れたまま数式によって解くことは困難であり、直線により近似して解いている。著者らはこれまで、看板等の杭基礎を線形解析<sup>(1)</sup>によって設計してきた。この方法は、地盤反力を過小評価しており、杭頭変位が1cmを超えるような荷重に対しては逆に過大評価してしまう問題を有している。そこで本研究では、非線形地盤反力を適切に評価でき、かつ、杭の有限長さや地盤の層構造を考慮できる解析法を説明する。

## 2. 地盤反力の定式化

地盤反力は、放物線の逆関数によって定式化されている。図1に地盤反力挙動（骨格曲線）を示す。

$$p = k\delta \quad \because k = k_0 \sqrt{\frac{\delta_0}{\delta}} \quad (1)$$

$$p = p_0 \sqrt{\delta / \delta_0} = k_0 \sqrt{\delta_0} \cdot \delta \quad \because k_0 = p_0 / \delta_0$$

ここで  $p_0(\text{N/m}^2)$  は基準変位に対応する地盤反力、 $k_0(\text{N/m}^3)$  は基準地盤反力係数、 $\delta_0(\text{cm})$  は基準変位  $\delta_0=1(\text{cm})$  である。地盤反力係数  $k$  は基準地盤反力係数  $k_0$  の比で求められる。そして基準地盤反力係数  $k_0$  は、地盤調査により計算することができる<sup>(1)</sup>。

## 3. 地盤反力の近似

看板等の杭基礎の設計では、地盤反力の近似を線形解析で行ってきた。線形解析とは、原点と基準変位  $\delta_0=1(\text{cm})$  に対応する地盤反力度  $p_0(\text{N/m}^2)$  の点を結んだ直線で近似する方法である（図1）。この方法を比較的大きい荷重に対して適応した場合、地盤反力を過大評価してしまう。この問題を解決するために、許容杭頭変位を荷重に応じて変化させ、地盤反力を低減させる等価線形解析（図1点線）を開発した。しかし、線形解析、等価線形解析いずれも原点を通る一直線で近似し、地盤反力を適切に評価できるとは言えない。そこで、新たに開発したのが、折れ

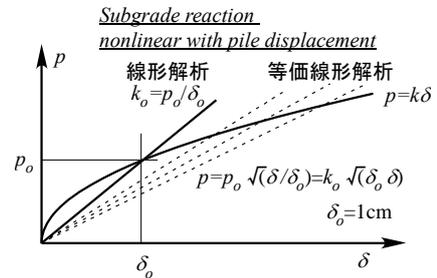


図1 地盤反力挙動（骨格曲線）

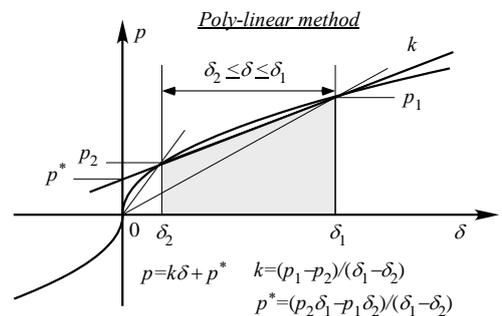


図2 非線形解析の概要図

線によって地盤反力を近似する非線形解析である。この方法は、杭を要素に分割し、要素の上部のたわみ  $\delta_1$  地盤反力  $p_1$ 、下部のたわみ  $\delta_2$  地盤反力  $p_2$  を計算し、それら2点を結び直線を導出している（図2）。

$$p = k\delta + p^*, \quad k = \frac{p_1 - p_2}{\delta_1 - \delta_2}, \quad p^* = \frac{p_2 \delta_1 - p_1 \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \quad (2)$$

$$\delta_2 \leq \delta \leq \delta_1$$

## 4. 弾性床上の梁のたわみ式への適用

杭基礎の設計では弾性床上の梁として計算し、以下の支配方程式で表される。

$$-EI \frac{d^4 \delta}{dz^4} = P = pD \quad (3)$$

非線形解析を弾性床上のたわみ式（式3）に適応するには、まず式で求めた地盤反力  $p$  の方程式を式に代入し、基本解を誘導する（式4）。

$$\delta(z) = (a \cos \beta z + b \sin \beta z) e^{-\beta z} + (c \cos \beta z + d \sin \beta z) e^{\beta z} - \delta^* \quad (4)$$

ここで  $\delta^*$  は  $p=0$  のときの切片たわみである。そしてたわみベクトルを以下の式で定義する。

$$\{Q\}_{(z)} = [S]_{(z)} \{A\} + \{Q^*\} \quad \because \{Q^*\} = \{0 \ 0 \ 0 \ -\delta^*\}^T \quad (5)$$

$[S]_{(z)}$  はたわみマトリックス、 $\{A\}$  はたわみ係数ベクトル

ル,  $\{Q^*\}$ は切片たわみベクトルである。そして, 式のたわみ係数ベクトル  $\{A\}$  を消去することにより, 杭要素内におけるたわみ特性を直接的に記述する。 $[R]_{(z)}$ はたわみ応答関数マトリックス,  $[R^*]_{(z)}$ は切片たわみ応答関数マトリックスである。

$$\begin{aligned} z=0: \{Q\}_{(z=0)} &= [S]_{(z=0)} \{A\} + \{Q^*\} \\ \Rightarrow \{A\} &= [S]_{(z=0)}^{-1} (\{Q\}_{(z=0)} - \{Q^*\}) \\ z \geq 0: \{Q\}_{(z)} &= [S]_{(z)} \{A\} + \{Q^*\} \\ &= [S]_{(z)} [S]_{(z=0)}^{-1} (\{Q\}_{(z=0)} + ([I] - [S]_{(z)} [S]_{(z=0)}^{-1}) \{Q^*\}) \\ \Rightarrow \{Q\}_{(z)} &= [R]_{(z)} \{Q\}_{(z=0)} + [R^*]_{(z)} \{Q^*\} \\ \therefore [R]_{(z)} &= [S]_{(z)} [S]_{(z=0)}^{-1}, [R^*]_{(z)} = [I] - [R]_{(z)} \end{aligned} \quad (6)$$

さらに, 杭要素 0 (杭天端要素) から杭要素 n の範囲に, たわみ応答マトリックスを拡張する。

$$\begin{aligned} \{Q_n\}_{(z=0)} &= [T_n] \{Q_0\}_{(z=0)} + \{U_n^*\} \\ \therefore [T_n] &= [R_{n-1}]_{(l_{n-1})} [T_{n-1}] = [R_{n-1}]_{(l_{n-1})} \cdots [R_1]_{(l_1)} [R_0]_{(l_0)}, \\ \{U_n^*\} &= [R_{n-1}]_{(l_{n-1})} \{U_{n-1}^*\} + [R_{n-1}^*]_{(l_{n-1})} \{Q_{n-1}^*\} \\ &= [R_{n-1}]_{(l_{n-1})} \cdots [R_1]_{(l_1)} [R_0^*]_{(l_0)} \{Q_0^*\} + \cdots \\ &\quad + [R_{n-1}^*]_{(l_{n-1})} [R_{n-2}^*]_{(l_{n-2})} \{Q_{n-2}^*\} + [R_{n-1}^*]_{(l_{n-1})} \{Q_{n-1}^*\} \end{aligned} \quad (7)$$

杭頭( $z=0$ ), 杭先端( $z=L$ )での境界条件を式に代入し, たわみ角, たわみを決定することができる。

$$\begin{aligned} \{Q_N\}_{(z=l_N)} &= [R_N]_{(l_N)} \{Q_N\}_{(z=0)} \\ &= [R_N]_{(l_N)} ([T_N] \{Q_0\}_{(z=0)} + \{U_N^*\}) \\ \Rightarrow \{Q_N\}_{(z=0)} &= [R_N]_{(l_N)}^{-1} [T_N] \{Q_0\}_{(z=0)} + [R_N]_{(l_N)}^{-1} \{U_N^*\} \\ \Rightarrow \{Q_0\} &= \{Q_n, M_n, \theta_n, \delta_n\}^T (z=0) \\ \Rightarrow \{Q_N\} &= \{0, 0, \theta_l, \delta_l\}^T (z=L) \end{aligned} \quad (8)$$

## 5. 非線形解析を用いた杭のたわみ挙動解析

均質地盤において, 非線形解析を適応した例を示す。条件は杭(STK400 角形鋼管 400×9), 均質地盤( $N$  値 3)で, 杭頭に  $Q=143.72(\text{kN})$ ,  $M=0(\text{kNm})$ を与えた杭のたわみ挙動を非線形解析を用いて解析を行った。

解析結果は図 3 に示す。青の点線は地盤反力の骨格曲線で, 分割数を増やすことで骨格曲線に沿うように近似できているのが確認できる。また, 20 分割になるとほぼ骨格曲線に重なるように近似できていることから, 折れ線によって地盤反力を適切に評価できていると言える。

## 6. まとめ

本研究では, 地盤反力の近似方法について新たに提案をした。従来の線形・等価線形解析が有していた非線形な地盤反力を適切に評価できていない問題

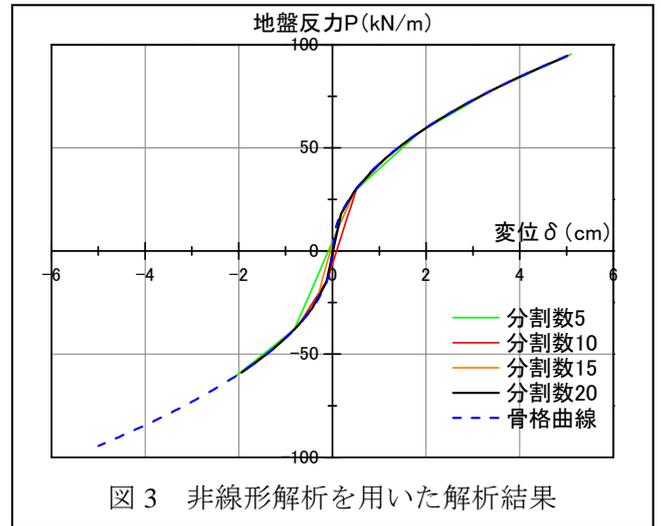


図 3 非線形解析を用いた解析結果

を, 多重折れ線によって地盤反力を近似する非線形解析法を用いることで, 解決できることを確認した。ただ, 看板に作用する風荷重のような交番荷重に対しては, 杭頭変位を 1cm 以内に抑える必要があるため, この場合は線形・等価線形解析でも十分であると考えられる。今回の解析例では均質地盤における解析結果について示したが, 層状地盤でも適応することができる。層状地盤の場合は, 層の境界では要素の境界と同じく連続という条件と, 層の  $N$  値ごとに基準地盤反力係数を変化させることで, 杭要素全体のたわみ伝達関数マトリックスを解くことができる。

## 7. 参考文献

- 1) 建築基礎構造設計指針 6.6 節; 日本建築学会 (2001), pp. 262-296.
- 2) 右城猛(2006); 鋼矢板を用いた自立式土留め工の設計, 四国地方整備局研修資料
- 3) 三浦均也, 松田達也, 羽柴慶太, KEODUANGCHITH (2014); 風荷重を受ける看板・交通標識を支持する杭基礎の重複反射法を用いた設計法, 第 23 回調査・設計・施工技術報告会, 地盤工学会中部支部
- 4) 道路標識設置基準・同解説; 日本道路協会 (1987)
- 5) 三浦均也, 高木翔太, ケオドゥンチット・ソムチット, 松田達也 (2014); 水平荷重を受ける支柱・杭一体構造の設計・施工法とその載荷試験, 第 59 回地盤工学シンポジウム, 地盤工学会
- 6) 三浦均也, 松田達也, 高木翔太(2015); 看板を支持する層状地盤における杭基礎構造の設計・施工例, 第 24 回調査・設計・施工技術報告会, 地盤工学会中部支部