重複反射法による地盤の地層構造を考慮した必要杭長の計算

豊橋技術科学大学　学生会員　○近森　真仁
豊橋技術科学大学　正会員　三浦　均也

1.　目的

現在，看板や交通標識には重力式基礎構造が広く使われている。これは，杭基礎構造の設計よりも施工性，経済性で優れているためである。

しかし，重力式基礎にはコンクリートの施工の長期化，基礎と柱の接合部の劣化といった問題がある。

従来の杭基礎の設計には，主に Chang の公式が用いられているが，ここで得られる杭の長さは実際の必要な杭長と一致しているとは考えにくく，設計に適していない。

そこで，今回提案する新たな杭基礎は，1)地盤改良技術を利用した杭の打設，2)支柱と杭の一体化構造，3)重複反射法による合理的な杭長の決定，といった 3 つの技術を用いる。

本研究は，従来の基礎構造の問題点を解消する方法として提案された新たな杭基礎の技術について，3 つ目にあたる重複反射法による必要杭長を地盤の地層構造を考慮し計算する方法を検討した。

2.　水平力を受ける杭のモデル化と重複反射法による解析手法

2.1.　水平力を受ける杭の一般解

杭のたわみ曲線が満足すべき微分方程式は，一般的に次のように表す。

$$-EI\frac{d^4\delta}{dz^4}=p=kD\delta$$

この微分方程式を，地盤反力係数 k が深さによらず一様な地盤であることと，杭の根入れ長が半無限長とみなすことができるという 2 つの仮定のもとに，弾性支床上の梁の理論によって簡潔な計算式を導いたものを Chang の公式という。この一般解は，

$$\delta(z)=e^{-\beta z}\left(a\cos\beta z+b\sin\beta z\right)+e^{\beta z}\left(c\cos\beta z+d\sin\beta z\right)$$

で表され，この β は特性値といわれる長さの逆数の次元をもつもので，次式より求められる。

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{Dk}{4EI}}$$

ここで，仮定より杭長が無限とすれば杭先端でのたわみ δ とたわみ角 θ は 0 となるので，

$$\delta(z)=e^{-\beta z}\left(a\cos\beta z+b\sin\beta z\right)$$

が Chang の公式の解となる。ここで，杭に作用する水平力に抵抗する地盤の深さを示す仮想固定点は，地表面から $1/\beta$ 付近であり，この公式で得られる必要杭長とされる。この $1/\beta$ は特性長といわれている。

2.2.　重複反射法による解析

図 1 のような層状地盤モデルを想定し，地盤内部の杭に対する重複反射法による一般解を求める。任意の深さ z での微分方程式を積分した以下の 3 式に

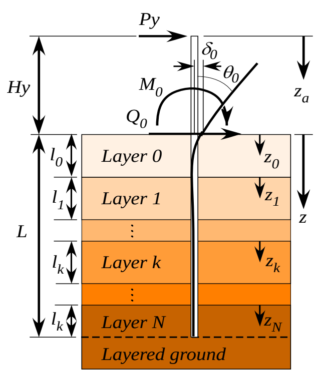

図 1　層状地盤モデル

$$Q=EI\frac{d^3\delta}{dz^3},M=EI\frac{d^2\delta}{dz^2},\quad \theta=-\frac{d\delta}{dz}$$

一般解を代入すると，

$$\begin{cases}
Q=2\beta^3EIe^{-\beta z}\left(\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot a\\
\quad+2\beta^3EIe^{-\beta z}\left(\cos\beta z+\sin\beta z\right)\cdot b\\
\quad+2\beta^3EIe^{\beta z}\left(-\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot c\\
\quad+2\beta^3EIe^{\beta z}\left(\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot d\\
M=2\beta^2EIe^{-\beta z}\left(\sin\beta z\right)\cdot a+2\beta^2EIe^{-\beta z}\left(-\cos\beta z\right)\cdot b\\
\quad+2\beta^2EIe^{\beta z}\left(-\sin\beta z\right)\cdot c+2\beta^2EIe^{\beta z}\left(\cos\beta z\right)\cdot d\\
\theta=-\beta e^{-\beta z}\left(-\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot a\\
\quad-\beta e^{-\beta z}\left(\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot b\\
\quad-\beta e^{\beta z}\left(\cos\beta z-\sin\beta z\right)\cdot c\\
\quad-\beta e^{\beta z}\left(\cos\beta z+\sin\beta z\right)\cdot d\\
\delta=e^{-\beta z}\cos\beta z\cdot a+e^{-\beta z}\sin\beta z\cdot b\\
\quad+e^{\beta z}\cos\beta z\cdot c+e^{\beta z}\sin\beta z\cdot d
\end{cases}$$

となり，マトリクスを用いて表すと，

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \\ \theta \\ \delta \end{Bmatrix} = \left[S(z) \right] \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} \Rightarrow \{Q\} = \left[S(z) \right] \{A\}$$

が得られる。これを重複反射法の一般解とする。

次に未定定数$\{A\}$を杭頭(z=0，z_a=H_y)のたわみベクトル$\{Q_0\}$から求める。ただし，杭頭でのたわみは，地上での杭のたわみの一般解

$$\delta(z_a) = a + bz_a + cz_a^{\ 2} + dz_a^{\ 3}$$

を用いる。上式と同様に代入し，z_a=H_yとすると，

$$\begin{cases} Q_0 = 6EI \cdot d \\ M_0 = 2EI \cdot c + 6EIH_y \cdot d \\ \theta_0 = -b - 2H_y \cdot c - 3H_y^{\ 2} \cdot d \\ \delta_0 = a + H_y \cdot b + H_y^{\ 2} \cdot c + H_y^{\ 3} \cdot d \end{cases}$$

さらに，マトリクスを用いて表し，変形させる。

$$\{Q_o\} = \left[S_a(H_y) \right] \{A\} \Rightarrow \{A\} = \left[S_a(H_y) \right]^{-1} \{Q_o\}$$

よって，未定定数を杭頭でのたわみベクトル$\{Q_0\}$とマトリクスから求めることができる。これを重複反射法の一般解に代入して，

$$\{Q\} = [S(z)] \left[S_a(H_y) \right]^{-1} \{Q_o\} = [R(z)] \{Q_o\}$$

が得られる。ここで，$[R(z)]$は一種の伝達関数である。

同様の解析を地層ごとに行い，境界条件でたわみベクトルが連続であることを用いてまとめると，

$$\{Q_1\} = [R_1(z_1)][R_0(l_0)]\{Q_0\} = [T_1(z)]\{Q_0\}$$

この計算を杭先端部(z=L)まで順次行うことで，杭先端でのたわみベクトル$\{Q_N\}$は以下のようになり，

$$\begin{Bmatrix} Q_N \\ M_N \\ \theta_N \\ \delta_N \end{Bmatrix}_{z=L} = \left[T_N(L) \right] \begin{Bmatrix} Q_0 \\ M_0 \\ \theta_0 \\ \delta_0 \end{Bmatrix}_{z=0} \Rightarrow \begin{Bmatrix} Q_N \\ M_N \\ \hline \theta_N \\ \delta_N \end{Bmatrix}_{z=L} = \left[\begin{array}{c|c} T_{11} & T_{12} \\ \hline T_{21} & T_{22} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} Q_0 \\ M_0 \\ \hline \theta_0 \\ \delta_0 \end{Bmatrix}_{z=0}$$

杭頭での$\{Q_0\}$から杭先端での$\{Q_N\}$を求めることができる。これを右式のように分割し，杭先端でQ_N，M_Nが 0 であることを用いて変形し，以下の式を得る。

$$\begin{Bmatrix} \theta_0 \\ \delta_0 \end{Bmatrix}_{z=0} = -[T_{12}]^{-1}[T_{11}] \begin{Bmatrix} Q_0 \\ M_0 \end{Bmatrix}_{z=0}$$

この式において，杭頭のたわみδ_0が 1cm になるときの z が必要杭長 L である。

3. まとめ

本研究では，水平力を受ける杭のたわみ曲線の微分方程式を重複反射法によって解析した。Chang の公式と違い一様な地盤を仮定しないので，地盤調査結果に基づいた値によって解析できる。

図 2 に示すグラフより，杭長が Chang の公式では同じ値になり，重複反射法では 3m 以上異なる。重複反射法による解析では，たわみを杭断面と杭長の関数として扱うため，地盤調査結果を入力すればあらゆる杭断面から最適な組み合わせを即座に求めることができる。一方，Chang の公式では地盤を均質とみなすことが大前提であるため，地層構造の影響を考慮できないことが改めて定性的に明らかになった。

地盤が均質な場合では杭長の有限性が考慮できないため，Chang の公式による必要杭長は 2 倍程度大きく，地表面に固い層を有する場合にはその傾向がさらに強くなる。一方，表層に柔らかい層を有する場合には Chang の公式による杭長は条件によっては重複反射法による杭長より短くなり，危険側の設計になる可能性も明らかになった。

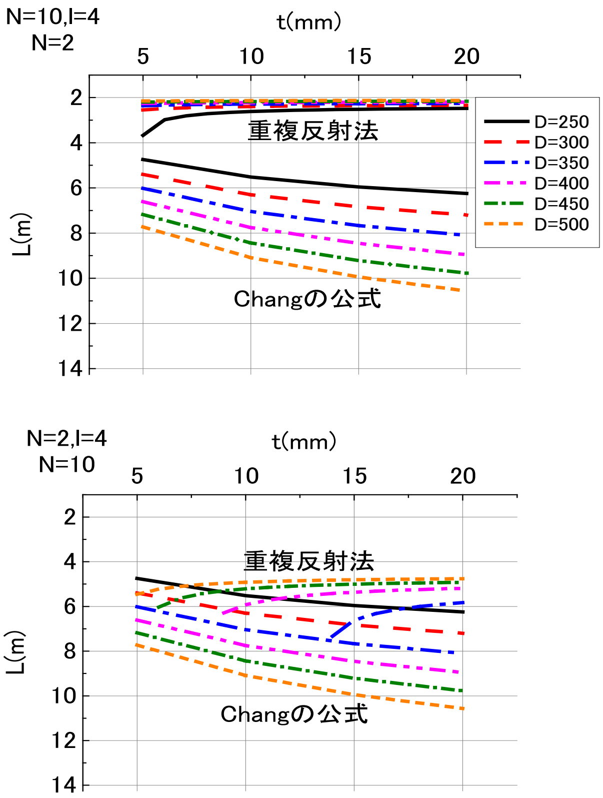

図 2　2 層地盤(表層厚 4m)の必要杭長 L のグラフ

参考文献

1)横山幸満：くい構造物の計算法と計算例，山海堂，1982，pp.6-8，pp.14-19，pp.32-37，pp.68~69，pp.75~76

2) 土質工学会：土質基礎工学ライブラリー６　鋼グイ―鋼グイ研究委員会報告―，1976，pp.61-69

3) 土質工学会：現場技術者のための土と基礎シリーズ１　杭基礎の調査・設計から施工まで（第一回改訂版），1987，pp.151-154，pp.168-172