

1. はじめに

津波数値解析では、遡上域におけるモデル化に課題が多く残されている。その要因として、遡上波先端の Wet-Dry (水域-陸域) 境界部や常流・射流混在域において不連続波面の形成を含む複雑な非定常流場が形成され、数値的な不安定性が誘起されやすいこと、さらには、小スケールの構造物や水路等の影響を的確に考慮するためには、洋上伝播と比較して格段に細かな格子解像度を必要とすることが挙げられる。こうした不連続波面を含む遡上波解析の安定性・解析精度向上には、航空宇宙工学分野で発展した高解像度スキームの適用が有効である。また、計算領域内で要求される格子解像度が空間的に大きく変化する都市域の氾濫解析においては、必要な解像度に応じて空間格子を分割する四分木適合格子の活用が効果的と考えられる。以上の背景を考慮し、本研究では、高解像度スキームに基づく有限体積法をベースとして、四分木適合格子の活用が可能な津波・洪水の氾濫解析数値モデルの構築を試みる。

2. 数値計算モデル

(1) 長波方程式

数値モデルの基礎方程式として、非線形長波方程式 (NLSW) を用いる。NLSW の表示法は各種存在するが、不連続面が形成されるような解析においては、質量と運動量の保存が計算上重要である。また、底面が急勾配となる場合には、ソース項の離散的取り扱いを適切に行う必要がある。本研究では、この2点を考慮し、Liang(2010)が提唱する水面変位を用いた表記法を採用する。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = \mathbf{s} \quad (1.1)$$

ここで、 $\mathbf{q}$ は保存量、 $\mathbf{f}, \mathbf{g}$ はそれぞれ x, y 方向の流束、 $\mathbf{s}$ はソース項であり、ベクトル量は以下のように表される。

$$\mathbf{q} = [\eta \quad q_x \quad q_y]^T \quad (1.2)$$

$$\mathbf{f} = \left[q_x \quad uq_x + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \quad uq_y \right]^T \quad (1.3)$$

$$\mathbf{g} = \left[q_y \quad vq_x \quad vq_y + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \right]^T \quad (1.4)$$

$$\mathbf{s} = \left[0 \quad -\frac{\tau_{bx}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad -\frac{\tau_{by}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial y} \right]^T \quad (1.5)$$

ここで、 η は水位、 $q_x (=uh)$ 、 $q_y (=vh)$ は x および y 方向の線流量、 u, v は x および y 方向の水深平均流速、 $h (= \eta - z_b)$ は水深、 z_b は底面地盤高である。

(2) ゴドゥノフ型有限体積法

衝撃波による影響を考慮するため、ゴドゥノフ型有限体積法を MUSCL 法で解き、2 次の予測子・修正子法 (ルンゲ・クッタ法) により時間発展させる。まず、予測子段階では、次式で $\mathbf{q}^*$ を求める。

$$\mathbf{q}_{i,j}^* = \mathbf{q}_{i,j}^n + \Delta t \mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{q}^n) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{K}_{i,j} = -\frac{\mathbf{f}_{i+1/2,j} - \mathbf{f}_{i-1/2,j}}{\Delta x} - \frac{\mathbf{g}_{i,j+1/2} - \mathbf{g}_{i,j-1/2}}{\Delta y} + \mathbf{s}_{i,j} \quad (1.7)$$

ここで、 i, j は格子番号、 Δt は時間ステップ、 $\Delta x, \Delta y$ は格子間隔である。続いて修正子段階の計算を以下のように行う。

$$\mathbf{q}_{i,j}^{n+1} = \mathbf{q}_{i,j}^n + \frac{1}{2} \Delta t [\mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{q}^n) + \mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{q}^*)] \quad (1.8)$$

ゴドゥノフ型有限体積法では、セル境界での値は、セル中心の値から再構成される。例えば、境界面の左側では、水位 $\bar{\eta}_{i+1/2,j}^L$ は次式で計算される。

$$\bar{\eta}_{i+1/2,j}^L = \eta_{i,j} + \frac{\psi}{2} (\eta_{i,j} - \eta_{i-1,j}) \quad (1.9)$$

ここで、 ψ は勾配制限関数であり、本モデルでは安定性に優れる minmod 関数を制限関数として用いた。また、数値流束を計算するための近似リーマン解法として、HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact wave) 法 (Liang 2009) を用いた。

さらに、計算領域内の格子分割総数を大幅に抑えて、効率的なシミュレーションを行うことができるように、四分木適合格子 (Liang ら, 2009) を活用できるようモデルを拡張する。

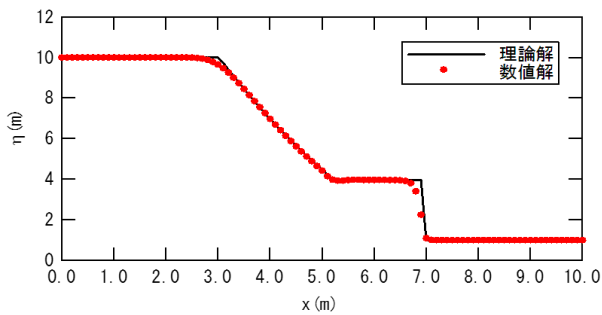


図-1 $t = 0.2$ (s) におけるダム崩壊流れの水面形

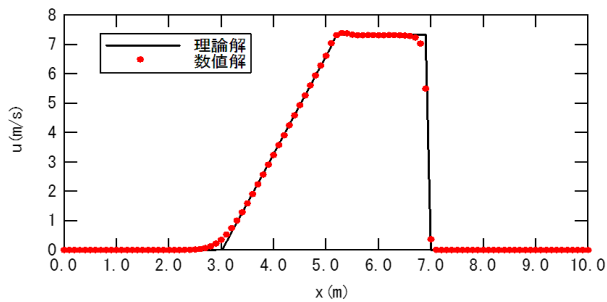


図-2 $t = 0.2$ (s) におけるダム崩壊流れの流速分布

3. 計算結果

数値モデル構築の第1段階として、断面2次元流れの計算を行った結果を例示する。図-1, 2は、水平床上のダム崩壊流れに対する計算を行って、理論解と数値解を比較したものである。初期水位は、計算領域($0 < x < 10.0\text{m}$)の上流側で 10.0 (m)、下流側で 1.0 (m)とした。 $\Delta x = 0.1$ (m)であり、 Δt はCFL条件に基づいて算出した。計算結果と理論解を比較すると、水面形状および流速分布ともに、勾配変化点において数値解が平滑化される傾向にあるが、衝撃波、接触面の位置を含めた水面形状、流速分布ともに、定性的・定量的に良好な一致を示している。

続いて、Soares (2007) によって行われた、三角形の堤防を越流するダム崩壊流れの水理実験と数値解析との比較を行った。実験水路は幅 0.5m 、長さ 5.6m のガラス製で、水路内に三角形断面の堤防が設置された。水位測定の高ゲージは、ゲートから 3.185m 、 2.535m 、 1.545m の3箇所に設置し、それぞれ G1, G2, G3 とした。初期条件として、貯水池の水位を 0.111m とし、堤防下流側の水位を 0.02m とした(図-3)。水面変位の時間変化および空間変化について、実験結果と解析結果を比較したものを図-4 に示す。水面変化の定性的特徴やピーク値は良好に一致しているが、解析結果は波の伝播が遅れる傾向にあり、その原因を検討中である。

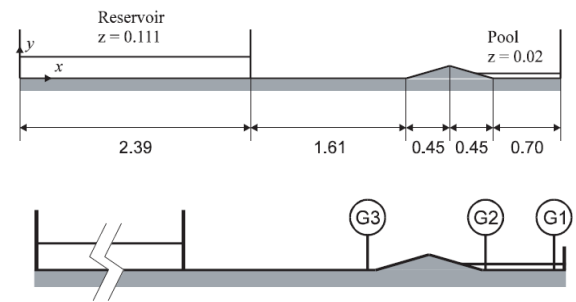
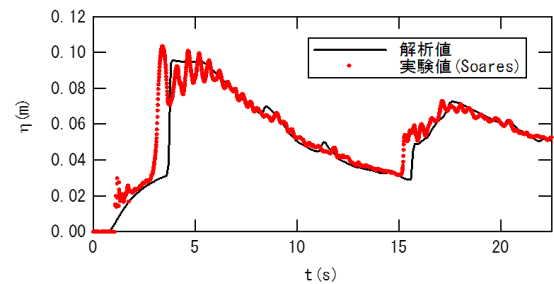
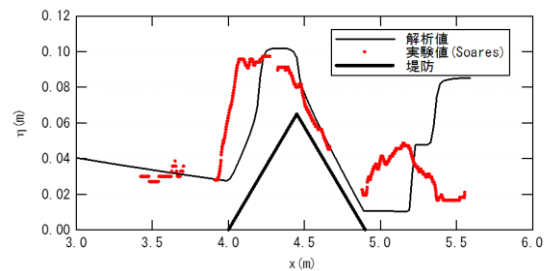


図-3 実験水路図 (Soares, 2007)



(a) 時間波形の比較 (G3)



(b) 空間波形の比較 ($t = 3.0$)

図-4 実験結果と数値解析結果の比較

4. 終わりに

有限体積法に基づく遡上氾濫波の数値解析モデルの構築を行った。現在、平面2次元モデルへの拡張を進めており、四分木格子の適用と併せて、その結果を講演時に紹介する予定である。

参考文献

- Liang, Q. (2010) : Flood Simulation Using a Well-Balanced Shallow Flow Model, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 136, pp.669-675.
- Liang, Q., Borthwick, A. G. L., (2009) : Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet-dry fronts over complex topography, *Computers & Fluids*, 38, pp.221-234.
- Soares, S. (2007) : Experiments of dam-break wave over a triangular bottom sill, *Journal of Hydraulic Research*, 45 Extra Issue, pp.19-26.