

交通ネットワークのリンク交通量の確率特性に関する一考察 ：金沢市ネットワークのリンク局所従属性を例に

金沢大学 学生会員 廖 文韜
金沢大学 正会員 中山 晶一郎
金沢大学 フェロー 高山 純一

1. はじめに

近年、旅行時間等に関する信頼性への関心が高まっている．このような問題に取り組むためには、旅行時間の確率分布が必要になることが多い．本研究では、交通ネットワークの確率特性の解明を目指す．

旅行時間等の確率分布を考える上で、最も基本的な分布は、中心極限定理等を背景として生起する可能性の高い正規分布であると言える．交通ネットワークでの旅行時間等について、中心極限定理は成り立つのであろう．中心極限定値が成立するのは、多数の独立して確率変動する要素の和であるとされている．しかし、例えばリンク旅行時間は必ずしも互いに独立ではない．厳密には独立性を仮定できないものの、現実のネットワークの場合、多数のリンクが存在し、互いに離れたリンクの旅行時間の相関は十分に小さいと考えることも可能である．本研究では、ある距離以上離れたリンクは独立であると仮定する．金沢市交通ネットワークを例として、どんな距離以上離れたリンクは独立として仮定してもよいのか、そのように仮定した場合経路旅行時間や総走行旅行時間を正規分布で禁じて着るのかについて考察する．つまり、局所従属性（距離以上離れたリンクは独立）が成立すれば、中心極限定理により、経路旅行時間と総旅行時間は正規分布に従うのかを検討する．

このようにリンクに対して中心極限定理が成り立つのかはネットワーク均衡モデルのパラメータ推定の上でも重要である．詳細は割愛するが、多数もしくはいくつかのリンク交通量をもとにバイアスなく

パラメータを推定するためには、リンクに対して中心極限定理が成り立つことが重要である．

2. 既存モデルの概要

確率的利用者均衡配分において、道路利用者が認識している旅行コストに誤差項を導入するという考え方は、ランダム効用理論に基づく離散選択モデルと同様のものである．すなわち、道路利用者の経路選択ルールに非集計選択行動モデルを適用したものが、確率的利用者均衡配分であると考えてよい．本研究ではロジット型のモデルを用いることとする．このとき、OD ペア rs 間の経路選択肢集合 k_{rs} から経路 k が選ばれる確率は、

$$P_{rs,k} = \frac{\exp(-\theta \cdot c_{rs,k})}{\sum_{k \in K_{rs}} \exp(-\theta \cdot c_{rs,k})} \quad (2.1)$$

ここに、 $P_{rs,k}$: OD ペア rs 間において経路 k が選択される確率、 $c_{rs,k}$: OD ペア rs 間の経路 k の旅行コスト（道路料金の時間換算分を含む）、 K_{rs} : OD ペア rs 間の経路選択肢集合、 θ : 分散パラメータ

3. ロジットモデルパラメータ推定

本研究では OD 交通量は正規分布であると仮定することとする．しかし、OD 交通量の分散に関しては、データを得ることが極めて困難である．そこで、OD ペア i の OD 交通量の標準偏差 σ^i は $\eta\mu^i$ と仮定する．その平均は既存の OD 交通量から与えることが可能である．また、経路交通量（OD ペア i の経路 j の交通量）についても、その標準偏差 σ_j^i は $\eta\mu_j^i$ と仮定する．リンク交通量はそのリンクに通られたいくつか

の経路の交通量の和であるため、中心極限定理により、リンク交通量も正規分布に従う。このとき、ネットワークのリンク交通量は多変量正規分布に従う²⁾。

リンク交通量の観測が行われたとして、観測リンク交通量ベクトルを $\tilde{\mathbf{x}}$ とする。また観測されたリンクの集合を $\tilde{\mathbf{A}}$ とする。観測リンク交通量は式(3.1)の分布の周辺確率として以下の確率密度関数に従う。

$$f_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{\tilde{n}} |\tilde{\Sigma}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}})^T \tilde{\Sigma}^{-1} (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}) \right\} \quad (3.1)$$

$$\tilde{\Sigma} = \Lambda \text{diag}(\mathbf{m}) \Lambda^T \quad (3.2)$$

ここで $\tilde{\mathbf{x}}$ は観測交通量の確率変数ベクトル、 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ は観測交通量の平均値ベクトル、 $\tilde{\Sigma}$ は観測交通量の分散共分散行列、 $\tilde{n}$ は観測リンクの総数である。 Λ はリンク・経路接続行列である。 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ と $\tilde{\Sigma}$ は式(3.2)で用いられている $\boldsymbol{\mu}$ と Σ について、観測しているリンクに関する要素を抜き出して構成することができる。

リンク交通量の実現値、つまりリンク交通量の観測値 $\tilde{\mathbf{x}}$ が与えられた場合、以下の対数尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\mathbf{x}})$ を定義することができる。

$$L(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\mathbf{x}}) = \ln f_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{a \in \tilde{\mathbf{A}}} \ln f_{x_a}(x_a | \mathbf{x}_{-a}) \quad (3.3)$$

ただし $f_{x_a}(x_a | \mathbf{x}_{-a})$ はリンク a 以外のリンク交通量が与えられた場合のリンク a の交通量の確率密度関数である。このような対数尤度関数を最大にするようにパラメータを推定することができる。

4. 金沢市ネットワークのリンク交通量独立性

用いるネットワークデータについて、ノード数は140、リンク数は472、経路数は7372、ODペア数は1383、リンクの旅行時間はBPR関数で表し、パラメータは $\alpha=1$ 、 $\beta=2$ とする。自由走行時間 t_0 はリンクの距離を制限速度で除した値を、交通容量は平成11年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表に示されている交通量を混雑度で除した値を用いる。またOD交通量については平成7年度・第3回金沢都市圏パーソントリップ調査における朝の7時台のデータを用いる。

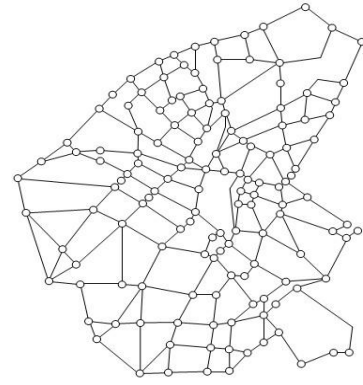


図-1 金沢市道路ネットワーク

5. 計算結果

経路内のリンクを交通量が流れる順に番号を付け、その一番目のリンクと距離が離れるほど、リンク交通量がだいたい下がって行く、少し相関係数が高まるリンクもあるが、これは、一番目のリンクの交通量は分散した後、合流したリンクである。また、ネットワークで、隣接するリンクと相関が高いが、幾つ（ほとんど3つ）かのリンク数が離れば、相関がほとんどなくなる。例をあげれば、ODペア1の2番目の経路の中の3番目のリンクと1番目のリンクの相関係数は0.24、4番目のリンクと1番目のリンク相関係数は0.08となる。リンク1（全ネットワークのリンクを番号を付ける）と離れるリンク数は7以上ならば、相関係数は全部0.2より小さい。リンク a と相関ない集合の数や相関ある集合の数は平均5.5倍になる。局部従属性が成立する。

6. おわりに

局部従属性が成り立てれば、最尤推定量は真値に確率収束する。観測回数が一回であっても、十分に多くのリンクを観測しているならば、最尤推定量はほぼ真値となると考えられる²⁾。ネットワークの経路旅行時間と総旅行時間は正規分布に従う。

参考文献：

- 1) 中山晶一郎，高山純一：OD交通量が正規分布である場合の確率ネットワーク均衡モデル，第58回土木学会年次学術講演会講演概要集，Vol.28，CD-ROM，2003
- 2) 中山晶一郎，高山純一，長尾一輝，所俊宏：現実道路ネットワークの時間信頼性評価のための確率的交通均衡モデル及びそれを用いた情報提供効果分析，土木学会論文集D，Vol. 62，No. 4，pp. 537-547，2006.